

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Semestrální práce z předmětu X01MVT Matematika pro výpočetní
techniku

χ^2 -test dobré shody

Petr Bulena

I/2007

1 Zadání

Jako téma práce jsem zvolil problematiku rozdělení kanálů v GSM sítích. Teoreticky se tyto sítě skládají z pravidelně se opakujících svazků buněk s pevně danými kanály. Cílem práce je tedy ověřit, zda využití kanálů v síti GSM 900 MHz jednotlivých českých operátorů odpovídá rovnoměrnému rozdělení.

2 Hypotéza

Využití kanálů v sítích GSM 900 T-Mobile, O2 a Vodafone odpovídá rovnoměrné rozdělení. Platnost hypotézy se pokusím ověřit pomocí χ^2 -testu dobré shody na hladině významnosti 5 %.

3 Výpočty

Pro otestování hypotézy je třeba nejdříve určit teoretickou četnost využití kanálů. Pro rovnoměrné rozdělení tedy

$$np_i = \left(\sum_{i=1}^k n_i \right) / k$$

V dalším kroku je třeba vypočítat testovací statistiku

$$R = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

Výsledná hodnota se následně porovná s příslušným kvantilem χ^2 rozdělení s k-1 stupni volnosti. Pokud je větší, hypotéza se zamítá.

3.1 Sít' T-Mobile

Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$	Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
23	49	218,4186	131,4113	60	337	218,4186	64,37889
24	46	218,4186	136,1064	72	91	218,4186	74,33204
25	72	218,4186	98,15285	73	117	218,4186	47,09184
26	58	218,4186	117,8202	74	176	218,4186	8,238025
27	50	218,4186	129,8645	75	253	218,4186	5,475142
28	165	218,4186	13,06458	76	303	218,4186	32,75368
29	248	218,4186	4,006339	77	274	218,4186	14,1439
30	263	218,4186	9,099503	78	290	218,4186	23,45906
31	304	218,4186	33,53274	79	265	218,4186	9,934256
32	282	218,4186	18,50847	80	348	218,4186	76,87687
33	287	218,4186	21,53392	98	155	218,4186	18,41381
34	286	218,4186	20,91051	99	146	218,4186	24,01102
35	334	218,4186	61,16264	100	132	218,4186	34,19203
51	97	218,4186	67,49644	101	161	218,4186	15,09439
52	69	218,4186	102,2162	102	268	218,4186	11,25506

Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$	Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
53	99	218,4186	65,29116	103	323	218,4186	50,0748
54	210	218,4186	0,324482	104	321	218,4186	48,17787
55	276	218,4186	15,1801	105	286	218,4186	20,91051
56	328	218,4186	54,97738	106	330	218,4186	57,00251
57	296	218,4186	27,55659	107	362	218,4186	94,38581
58	306	218,4186	35,11835	108	28	218,4186	166,008
Celkem				43	9392	9392	2090,77

$$R = 2090,77$$

$$\chi^2_{0,95}(42) = 58,12$$

3.2 Sít' 02

Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$	Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
37	0	227,1429	227,1429	70	0	227,1429	227,1429
38	2	227,1429	223,1605	82	460	227,1429	238,7152
39	1	227,1429	225,1473	83	291	227,1429	17,95229
40	27	227,1429	176,3523	84	382	227,1429	105,5756
41	284	227,1429	14,23217	85	348	227,1429	64,30512
42	240	227,1429	0,727763	86	378	227,1429	100,1919
43	213	227,1429	0,880593	87	345	227,1429	61,15229
44	415	227,1429	155,3661	88	372	227,1429	92,38059
45	299	227,1429	22,73217	89	342	227,1429	58,07871
46	394	227,1429	122,5718	90	342	227,1429	58,07871
47	324	227,1429	41,30135	91	333	227,1429	49,33342
48	439	227,1429	197,6001	92	339	227,1429	55,08437
49	27	227,1429	176,3523	93	356	227,1429	73,10009
62	0	227,1429	227,1429	94	318	227,1429	36,34286
63	0	227,1429	227,1429	95	373	227,1429	93,66047
64	1	227,1429	225,1473	96	33	227,1429	165,9372
65	1	227,1429	225,1473	110	456	227,1429	230,5844
66	1	227,1429	225,1473	111	300	227,1429	23,36927
67	2	227,1429	223,1605	112	376	227,1429	97,55292
68	1	227,1429	225,1473	113	285	227,1429	14,7372
69	1	227,1429	225,1473	114	439	227,1429	197,6001
Celkem				42	9540	9540	5447,63

$$R = 5447,63$$

$$\chi^2_{0,95}(41) = 56,94$$

3.3 Sít Vodafone

Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$	Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
1	290	167,3333	89,92297	16	243	167,3333	34,2158
2	230	167,3333	23,46879	17	225	167,3333	19,87317
3	239	167,3333	30,69389	18	242	167,3333	33,3174
4	249	167,3333	39,85724	19	236	167,3333	28,17795
5	251	167,3333	41,83333	20	266	167,3333	58,17795
6	258	167,3333	49,12616	21	96	167,3333	30,40903
7	248	167,3333	38,88712	116	0	167,3333	167,3333
8	228	167,3333	21,99469	117	0	167,3333	167,3333
9	260	167,3333	51,3174	118	0	167,3333	167,3333
10	244	167,3333	35,12616	119	0	167,3333	167,3333
11	246	167,3333	36,98274	120	2	167,3333	163,3572
12	256	167,3333	46,98274	121	0	167,3333	167,3333
13	247	167,3333	37,92895	122	0	167,3333	167,3333
14	228	167,3333	21,99469	123	0	167,3333	167,3333
15	235	167,3333	27,36321	124	1	167,3333	165,3393
Celkem				30	5020	5020	2297,68

$$R = 2297,68$$

$$\chi^2_{0,95}(41) = 42,56$$

3.4 Sít Vodafone – únor 2004

Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$	Kanál	n_i	np_i	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
1	196	173,8	2,835673	11	181	173,8	0,298274
2	169	173,8	0,132566	12	189	173,8	1,329344
3	177	173,8	0,058918	13	174	173,8	0,00023
4	167	173,8	0,266053	14	167	173,8	0,266053
5	180	173,8	0,221174	15	167	173,8	0,266053
6	190	173,8	1,510012	16	151	173,8	2,991024
7	180	173,8	0,221174	17	141	173,8	6,190104
8	166	173,8	0,350058	18	178	173,8	0,101496
9	181	173,8	0,298274	19	153	173,8	2,489298
10	175	173,8	0,008285	20	194	173,8	2,347756
Celkem				20	3476	3476	22,18

$$R = 22,18$$

$$\chi^2_{0,95}(19) = 30,14$$

4 Závěr

Na základě vypočtených hodnot v případech 1 až 3 je nutno na zvolené hladině významnosti zamítnout hypotézy, že využití kanálů v pásmu 900 MHz v současných českých GSM sítích odpovídá teoretickému rovnoměrnému rozdělení. V každé síti se vyskytují výrazně méně používané kanály, nečekaný je zejména blok s téměř nulovým využitím v síti O2. Omezené využití kanálů 21 a 116 až 124 v síti Vodafone je způsobeno jejich pozdějším přidělením operátorovi. Z tohoto důvodu jsem již předem předpokládal zamítnutí hypotézy v tomto případě.

Vzhledem k zamítnutí hypotéz o rovnoměrném rozdělení ve všech sítích jsem dodatečně zařadil otestování dat o síti Vodafone z února 2004, kdy bylo vyžíváno pouze 20 kanálů. V tomto případě jsem po výpočtu hypotézu nezamítl, síť tedy mohla odpovídat teoretické struktuře buňkové sítě.

5 Zdroje

1. Vladimír Rogalewicz, Pravděpodobnost a statistika pro inženýry, 2000
2. Seznamy BTS, GSMweb, <http://gsmweb.cz>
3. Václav Žalud, Mobilní komunikace – standard GSM (přednáška X37ZRD)