

Dr. Koníček

herodes.feld.cvut.cz/konicek/vzuka.html

1. čtyři týdny - 2 přednášky / týden

5. týden přednáška + písemka - není ještě
na písemku znát 3-místné číslo paralelky

hodnocení: aldebaran.feld.cvut.cz/vzuka/fyzika-1

Literatura

Kabeš, Kyndl: Fyzika 1

skripta FJFI: Štoll: Mechanika

Elektřina a magnetismus

Halliday, Resnick, Walker: Fyzika (sympaticky), 5. vydání (WT Brno)

Štoll, Sedláč: Elektřina a magnetismus (Academia)

— možná na webu hof-es.karlov.mff.cuni.cz/skripta/

pro zájemce: Feynman: Feynmannovy přednášky z fyziky (1-3)

pro fanatiky: Landau, Lifshitz: Theoretical Physics (1-10)

písemka 29. 3., číslo paralelky!

balík č. 358

rozdávací plán herodes.feld.cvut.cz/konicek/vzuka.html

sve papíry

6 otázek + 2 příklady

<http://pitbul.wz.cz>

Soustavy fyzikálních jednotek

- snaha vytvořit systém měr a vah již ve starověku
- v Anglii přijato r. 1215
- v ČR za Přemysla Otakara II. (13. stol.)
- jednotky musí být definovány pomocí snadno a opakovatelných měřitelných vlastností přírodních objektů (velmi obtížné), předmětem metrologie
- definice zákl. jednotek se mění (zprůčňují) podle dosaženého stupně znalosti a metod měření

Soustava jednotek SI

- = rozklad dnešní soustavy jednotek
- 7 základních jednotek

metr	m	délka
kilogram	kg	hmotnost
sekunda	s	čas
ampér	A	el. proud
kelvin	K	termodynam. teplota
mol	mol	látkové množství
candela	cd	světivost

čas

- jednotkou času je sekunda
- sekunda je 9 192 631 770 period světelného záření, které vznikne při přechodu mezi dvěma konkrétními hladinami v izotopu Cesium 133
- časové signály Národní observatoře jsou na tycho.usno.navy.mil/time.html

delka

- jednotkou je metr
- metr = vzdálenost, kterou světlo vakuem za $1/299792458$ sec

hmotnost

- jednotkou je kilogram
- definován jako hmotnost mezinárodního prototypu kilogramu
= válec - průměr = výška = 38 mm, slitina platina-iridium
čtyřech etalon kilogramu - převáděn v r. 1999 a má
 $1 \text{ kg} = 0,165 \text{ mg} = 1,000000165 \text{ kg}$

Fyzikální veličiny

skalary

jedno číslo, nezávisí na souřadné soustavě
př.: teplota, čas, hmotnost

vektory

v $\mathbb{R}_3$ tři čísla, má směr a orientaci

př.: síla, rychlost, intenzita el. pole

tenzory

3^o úhel (v $\mathbb{R}_3$) určuje tenzor 2. řádu

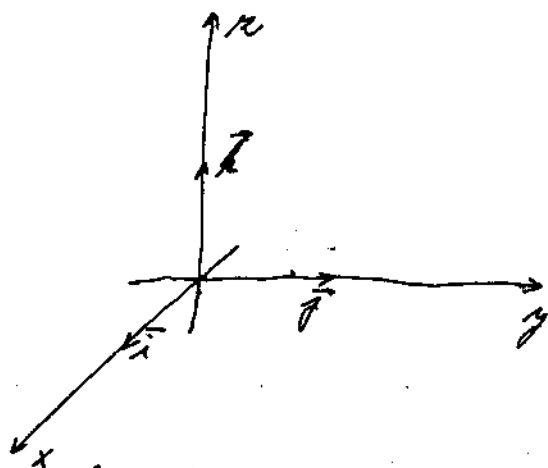
př.: tenzor 2. řádu - tenzor konduktivity

Skalární a vektorové pole

skalární pole - např. rozdělení teploty v prostoru

vektorové pole - např. rozložení rychlosti v prostoru

Pravoúhlá soustava souřadnic Kartézská soustava



$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \dots$ jednotkové vektory
pravotočivost: $\vec{k} = \vec{i} \times \vec{j}$

Mechanika

zabývá se pohybem těles

mechanika

- kinematika - popisuje pohyb, nezabývá se příčinami (silami)
- dynamika - popisuje souvislost pohybů a sil
- statika - popisuje tělesa v rovnováze

pohyby

- podle trajektorie
 - přímé
 - křivé
- podle rychlosti
 - rovnoměrné
 - nerovnoměrné

Čas a prostor

- Newtonovský čas a prostor (absolutní čas a prostor)
ve všech soustavách stejný čas a délka; pro malé rychlosti a slabá gravitační pole
- Einsteinovský časoprostor
v různých soustavách je různé měření času i délky
platí vždy

Hmotný bod

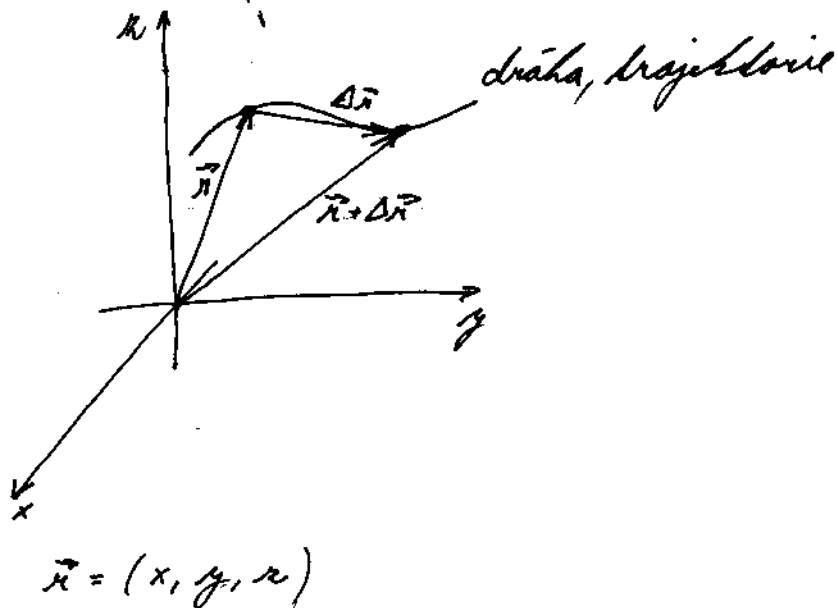
- abstrakce, nemá rozměry ani tvar (nerostuje, neděformuje se, nepodléhá odporu prostředí, ...), má jen hmotnost
- označujeme také jako částice

Kinematika hmotného bodu

Základní pojmy

Polohový vektor $\vec{r}$

popisuje polohu částice v souřadné soustavě



Rychlost $\vec{v}$

popisuje změnu $\vec{r}$ v čase

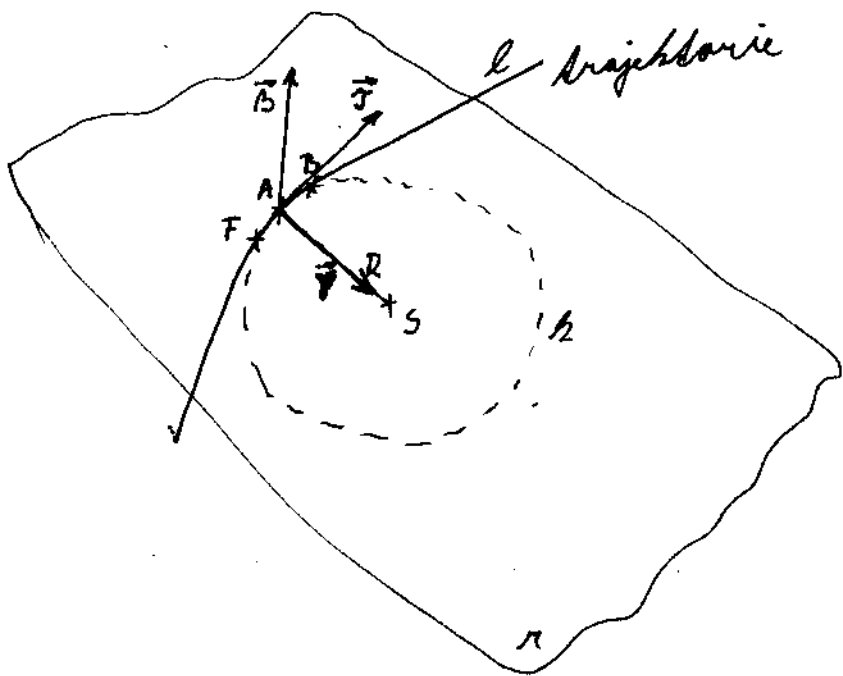
okamžitá rychlost $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right) = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ časová derivace

Zrychlení $\vec{a}$

popisuje změnu rychlosti v čase

okamžitá zrychlení $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}$
 $= \left(\frac{d\dot{x}}{dt}, \frac{d\dot{y}}{dt}, \frac{d\dot{z}}{dt} \right) = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$
 $= (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$

Tečné a normálové rychlosti



и.. ошкӯлаҳои ҳовина

$F, A, B \dots$ body na krajehorici,
definují x

5. stred krivostí

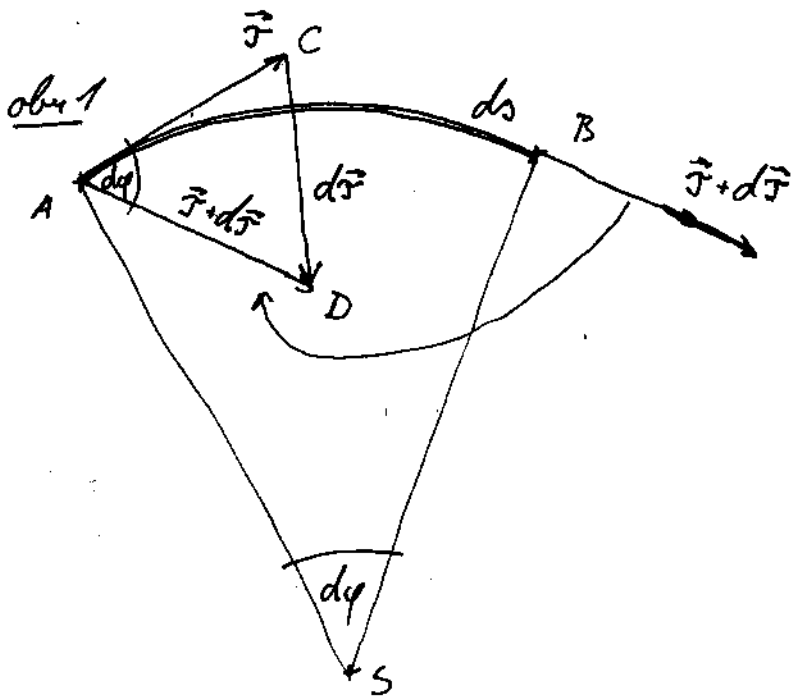
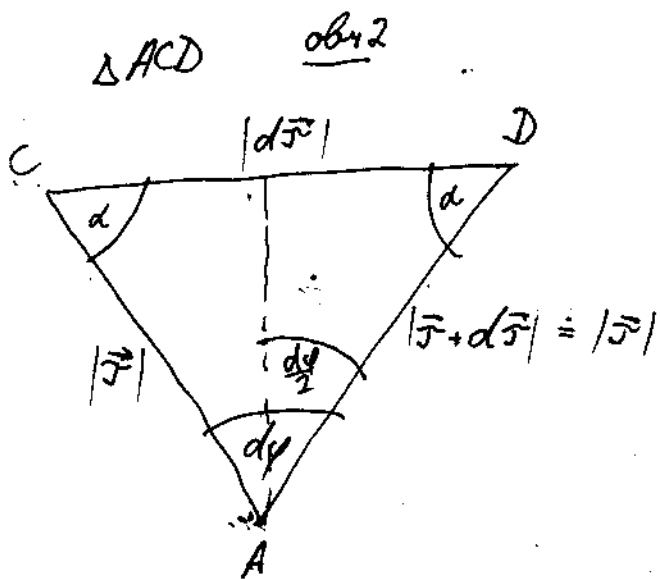
R.. palomäe kiviasti

3. - jedn. vektor tečný k $\underline{L}$

7. — " — normálný k l.

$\vec{\beta} \dots$ binormal $\vec{\beta} = \vec{T} \cdot \vec{r}$

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d}{dt} (\vec{r} \cdot v) = \vec{r} \frac{dv}{dt} + v \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r} \frac{dv}{dt} + v \frac{ds}{ds} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \\ &= \vec{r} \frac{dv}{dt} + v^2 \cdot \frac{d\vec{r}}{ds} = (1)\end{aligned}$$



preceite $\vec{F} + d\vec{F}$ do A

vyjádříme ds : $\propto \text{obráz}$ $ds = R d\varphi$

vyjádříme $d\varphi$: $\propto \text{obráz}$ $\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2} = \frac{|d\vec{r}|}{2} \cdot \frac{1}{|\vec{r}|} \Rightarrow d\varphi = |d\vec{r}|$

$$(1) = \vec{r} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{v^2}{R} \cdot \left(\frac{d\vec{r}}{|d\vec{r}|} \right) = \vec{A} = \boxed{\vec{r} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{v^2}{R} \vec{v}} = \boxed{\vec{r} a_t + \vec{v} a_n}$$

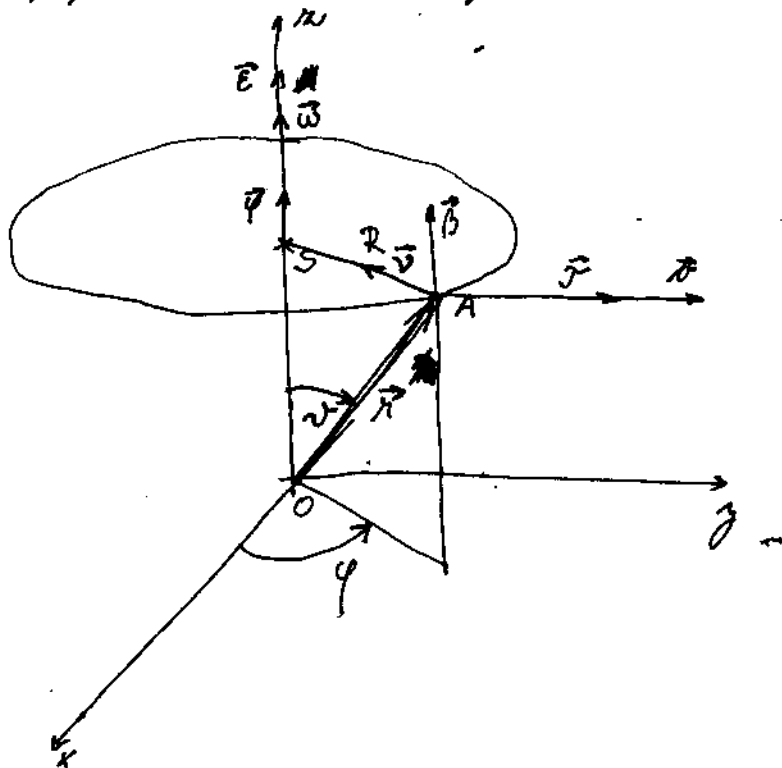
$\vec{A}$ je jednotkový, jaký má směr:

$$\Delta ACD: \pi = 2\alpha + d\varphi$$

pro $d\varphi \rightarrow 0$ je $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2} \rightarrow \vec{A}$ směřuje do středu křivosti

$$\Rightarrow \vec{A} = \vec{v}$$

Vektorový popis kruhového pohybu



úhel $\vec{\varphi}$.. rovnoběžný s vektorem binormály

$$\vec{\varphi} = \beta \cdot \varphi$$

úhlová rychlost $\vec{\omega}$

popisuje změnu úhlu s časem

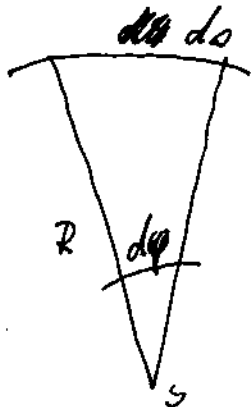
$$\vec{\omega} = \vec{\beta} \cdot \omega = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \vec{\beta} \frac{d\varphi}{dt} = \beta \cdot \dot{\varphi}$$

úhlové zrychlení $\vec{\epsilon}$

popisuje změnu úhlové rychlosti v čas

$$\vec{\epsilon} = \vec{\beta} \cdot \vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\beta} \frac{d\omega}{dt} = \vec{\beta} \cdot \dot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \vec{\beta} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \beta \ddot{\varphi}$$

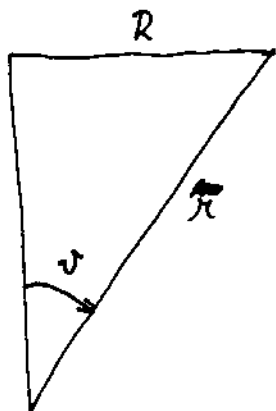
souvislost ω a v



$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{R \cdot d\varphi}{dt} = R \cdot \omega$$

$$\boxed{v = R \cdot \omega}$$

souvislost $\vec{\omega}$ a $\vec{v}$



$$\sin \varphi = \frac{R}{r} \Rightarrow R = r \sin \varphi$$

$$\text{tímě, } r = R \Rightarrow v = R \cdot \omega$$

$$v = r \sin \varphi \cdot \omega = |\vec{\omega} \times \vec{r}|$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

Rozklad $\vec{a}$ na tečnou a normálovou složku

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt}}_{=\vec{\varepsilon}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{=\vec{v}}$$

$$= \underbrace{\vec{\varepsilon} \times \vec{r}}_{=\vec{a}_T} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{v}}_{=\vec{a}_N}$$

tečná normálová
složka složka

Pohyb přímocí

pohyb rovnoměrný, (směr osy x)

- zrychlení $a_x = 0$

- počáteční podmínky

$$\begin{array}{cc} x(0) = x_0, & v_x(0) = v_0 \\ (P1) & (P2) \end{array}$$

- rychlost (z definice zrychlení)

$$a = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow dv = 0 \cdot dt \Rightarrow \int dv = \int 0 \Rightarrow v = C_1,$$
$$\wedge (P2) \Rightarrow C_1 = v_0$$

$$\underline{v = v_0}$$

- dráha (z definice rychlosti)

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 \Rightarrow dx = v_0 \cdot dt \Rightarrow \int dx = \int v_0 \cdot dt \Rightarrow$$

$$x = v_0 t + C_2$$

určení C_2 : $\wedge (P1)$

$$x_0 = v_0 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = x_0$$

$$\underline{x = v_0 t + x_0}$$

Pohyb rovnoměrně zrychlený

- zrychlení $a_x = a_0 = \text{konst}$

- počáteční podmínky

$$\begin{array}{ll} x(0) = x_0 & , \quad v(0) = v_0 \\ (P1) & (P2) \end{array}$$

- rychlost

$$\frac{dv}{dt} = a_0 \Rightarrow dv = a_0 dt \Rightarrow \int dv = \int a_0 dt \Rightarrow$$

$$v = a_0 t + C_1, \quad C_1 \text{ určíme z } (P2)$$

$$v_0 = a_0 \cdot 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = v_0$$

$$\underline{v = a_0 t + v_0}$$

- dráha

$$v = \frac{dx}{dt} = a_0 t + v_0 \Rightarrow dx = (a_0 t + v_0) dt \Rightarrow \int dx = \int (a_0 t + v_0) dt =$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + C_2, \quad \text{z } (P1) \Rightarrow C_2 = x_0$$

$$\underline{x = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0}$$

Pohyb nerovnoměrný

- zrychlení $a_x = a(t)$
- počáteční podmínky

$$\begin{array}{ll} x(0) = x_0 & (P1) \\ v(0) = v_0 & (P2) \end{array}$$

- rychlost

$$a(t) = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a(t) dt \Rightarrow \int dv = \int a(t) dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \int_0^t a(t) dt + C_1 \quad ; \quad C_1 = v_0 \quad (\text{z } (P2))$$

$$\Rightarrow \underline{v = \int_0^t a(t) dt + v_0 = v(t)}$$

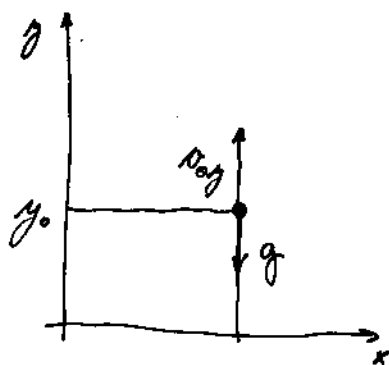
- dráha

$$v = \frac{dx}{dt} = v(t) \Rightarrow dx = v(t) dt \Rightarrow x = \int_0^t v(t) dt + C_2$$

$$C_2 = x_0 \quad (\text{z } (P1))$$

$$\underline{x = \int_0^t v(t) dt + x_0}$$

Vzh kolmý vzhůru



- zrychlení $a_y = -g$

- počáteční podmínky

$$y(0) = y_0, \quad v_y(0) = v_{y0}$$

$\Rightarrow$ je to pohyb rovnoměrně zrychlený

- rychlost: $v = v_{y0} - gt$

- dráha: $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$

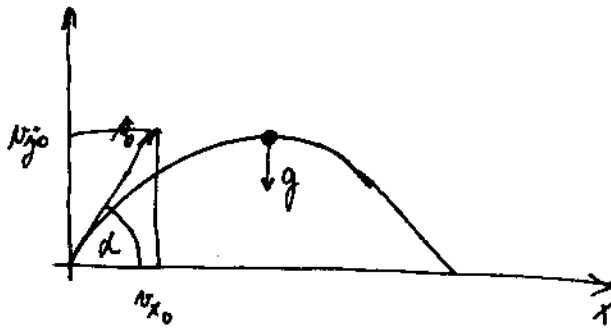
- dosah (max. výška)

čas zastavení t_0 : $v(t_0) = 0$

$t_0 = \frac{v_{y0}}{g}$, dosadíme do vztahu pro y

$$y_0 = y_0 + v_{y0} \frac{v_{y0}}{g} - \frac{1}{2}g \frac{v_{y0}^2}{g^2} = y_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{y0}^2}{g}$$

vrh šikmý (z počátku)



$$v_{x0} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \alpha$$

řešíme nezávisle v ose x a y

osa x :

- zrychlení $a_x = 0$
- počáteční podmínky
 $x(0) = 0, \quad v(0) = v_{x0}$
 $\Rightarrow$ pohyb rovnoměrný
- rychlost $v_x = v_{x0}$
- dráha $x = v_{x0} \cdot t$

osa y :

- zrychlení $a_y = -g$
- poč. podmínky
 $y(0) = 0, \quad v(0) = v_{y0}$
 $\Rightarrow$ vrh kolmý vzhůru
- rychlost $v_y = v_{y0} - gt$
- dráha $y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$

dobu letu t_L

$$t_L = 2t_D = 2 \frac{v_{x0}}{g}$$

$$\begin{aligned} \text{dolet } x_L = x(t_L) &= v_{x0} \cdot 2 \cdot \frac{v_{x0}}{g} = 2 \frac{v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g} = \\ &= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \end{aligned}$$

Dynamika částice (hmotného bodu)

elektromagnetická interakce

působí na částice s elektrickým nábojem
prostředkovány fotony
Maxwellovy rovnice
teorie elektroslabé interakce

silná interakce

váže kvarky do protonů a neutronů
drží pohromadě atomové jádro
dosah průměru atomového jádra
prostředkovány gluony (nulová klidová hmotnost)
kvantová chromodynamika

slabá interakce (rozpadová)

způsobuje např. β -rozpad atomového jádra
dosah průměru atomového jádra
prostředkovány bosony (≈ 100 hmotností protonu)
teorie elektroslabé interakce

gravitační interakce

působí na všechna hmotná tělesa

Newtonova teorie, obecná teorie relativity (OTR)

? gravitony (neobjeveny)

Newtonovy zákony

1. Zákon setrvačnosti

Každé těleso zůstává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, dokud není vnějšími silami donuceno tento stav změnit.

2. Zákon síly

Časová změna hybnosti je rovna působící síle, nastává podél přímky, v níž síla působí.

3. Zákon akce a reakce

Proti každé akci působí vždy stejně velká reakce.

k 1) - vymyslel Galileo Galilei

- vysvětlují kde pravě síly (způsobeny interakcí s jinými tělesy, vždy jsme schopni určit původce síly.)

- umožňují zavést inerciální vztažnou soustavu
= soustava, kde platí zákon setrvačnosti a naopak

- v neinerciální soustavě musíme zavést další síly - zdanlivé (setrvačné, nepravé)

- k zamýšlení

balónek  autobus brzdí - proč balónek půjde dozadu?

1.2) - hmotnost $\vec{p} = m\vec{v}$

- $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$; $[F] = N$, Newton

- obdivuhodně prokřádaj loax - bere o útráhu změny hmotnosti

- Newtonova pohybová rovnice

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v})$$

pro konstantní hmotnost

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}}$$

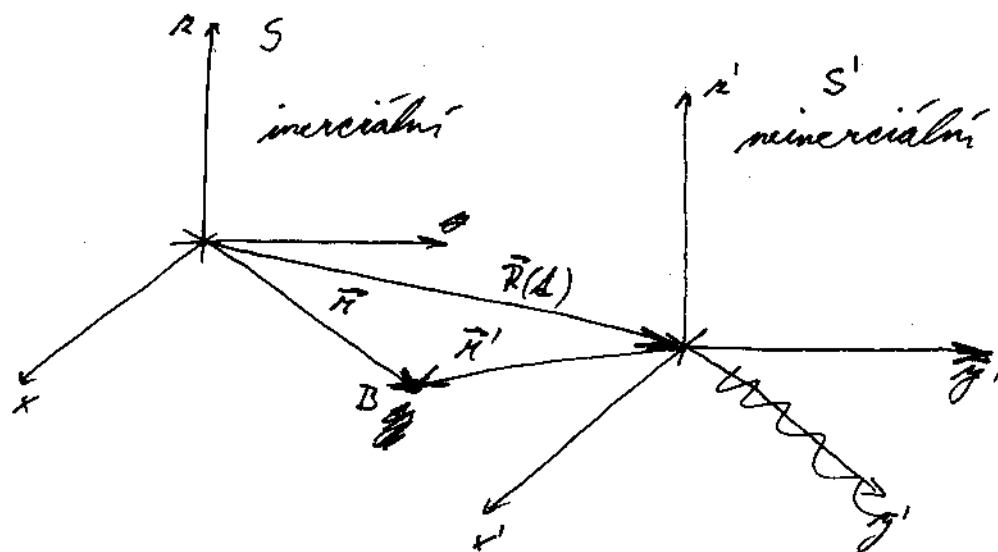
... popisuje pro známou sílu $\vec{F}$ všechny mechanické pohyby

Newtonovy pohybové rovnice v kartézské soustavě

$$\boxed{\begin{aligned} F_x &= m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ F_y &= m \ddot{y} \\ F_z &= m \ddot{z} \end{aligned}}$$

- vyskytuje zde setrvačná hmotnost
- podle OTR je setrvačná hmotnost rovna gravitační
- Newtonovy pohybové rovnice jsou invariantní vůči galileově transformaci (platí o absolutním prostoru a absolutním čase)

Translační pohyb neinerciální soustavy



polohový vektor

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}(t)$$

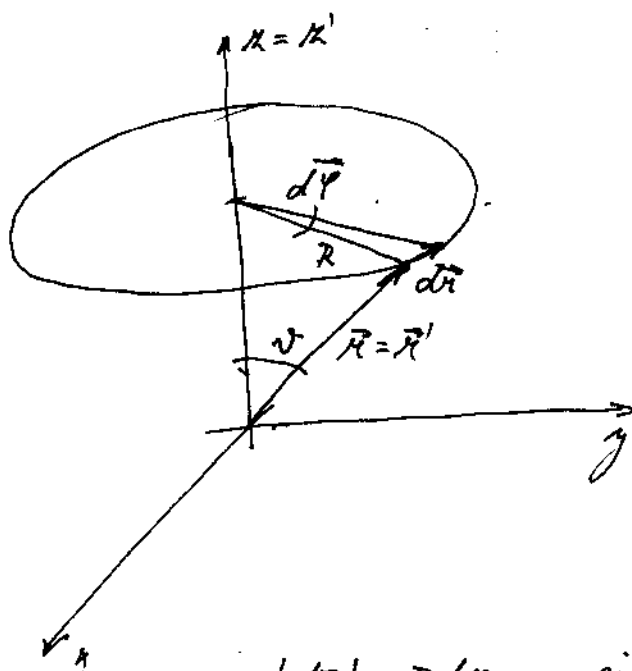
rychlost

$$\vec{v} = \vec{v}' + \frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v}' + \vec{V}$$

rychlení

$$\vec{a} = \vec{a}' + \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{A} \leftarrow \begin{matrix} \text{rychlení v } S \\ \text{relativní rychlení} \end{matrix}$$

Rotaci ní pohyb mine xia ln í soustav y



$$|d\vec{r}| = R d\varphi = r \sin \vartheta d\varphi = |d\vec{P} \times \vec{r}|$$

$$d\vec{r} = d\vec{P} \times \vec{r} \cdot \frac{1}{\omega}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

(*) $\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d'\vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}$ *derivace v rotující bázi*

pro rychlost:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

(*) pro $\vec{v}'$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d'\vec{v}'}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$\underbrace{\quad}_{=\vec{a}'}$

$$\Rightarrow \vec{a}' = \frac{d\vec{v}'}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (\vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}) - \vec{\omega} \times \vec{v}' = \underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt}}_{=\vec{a}} - \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}}_{=\vec{e}} - \underbrace{\vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}}_{=\vec{v}} - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{e} \times \vec{r} - \vec{\omega} \times \vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{E} \times \vec{r} - \vec{\omega} \times (\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}) - \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \underbrace{\vec{E} \times \vec{r}}_{\substack{\text{gravitační} \\ \text{síly}}} - \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\substack{\text{Eulerovo} \\ \text{rychlení} \\ \text{(souvisí} \\ \text{s rotací} \\ \text{soustavy)}}} - \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}'}_{\substack{\text{odstředivé} \\ \text{rychlení}}} - \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{v}'}_{\substack{\text{Coriolisovo} \\ \text{rychlení}}}$$

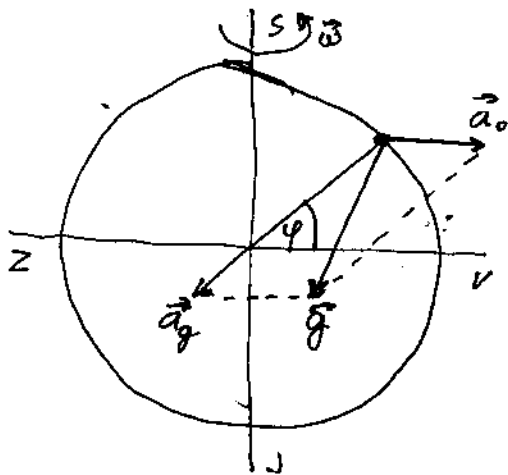
rychlení
na těleso
v rotující
soustavě

Pohyb na povrchu Země

$\vec{a}$... jediné prave rychlení - gravitační působení
Země, Slunce, Měsíce...

$\vec{E} \times \vec{r}$... Eulerovo rychlení, kolísání úhlové rychlosti Země,
 ± 22 ms ročně slevem klimatického cyklu
zpomalování a 1s za 60 000 let slevem
slapových dějů

$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$... odstředivé rychlení

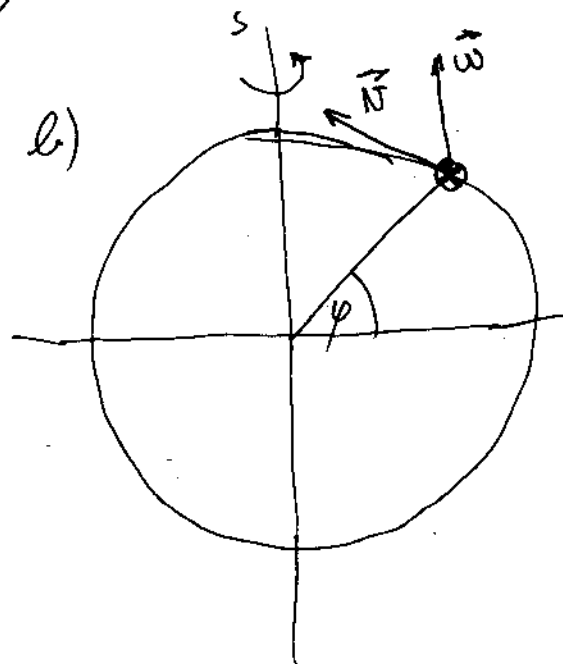
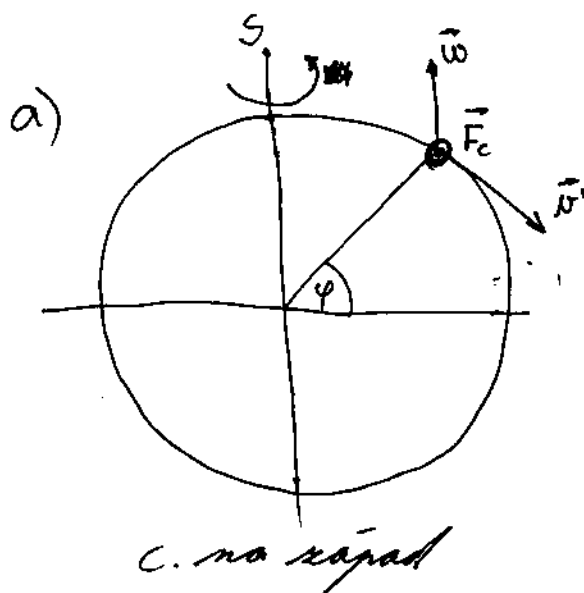


$\vec{g} = \vec{a}_0 + \vec{a}_g$
sklon z. odstředivé gravitační
↓
nesměřuje přesně do středu Země

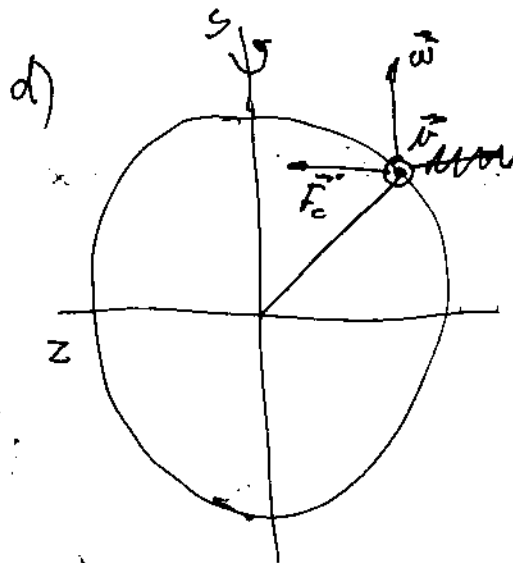
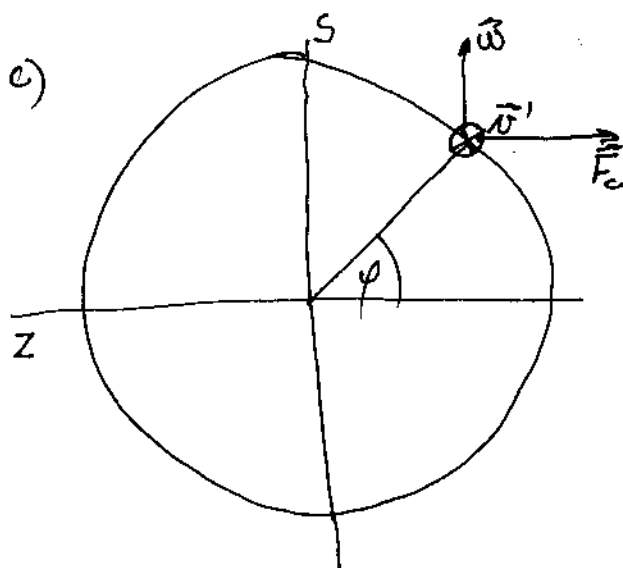
$$|\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})| = \omega^2 r \cos \varphi$$

↑
poloměr Země

$2\vec{\omega} \times \vec{v}$... Coriolisovo zrychlení



pro a), b) $|2\vec{\omega} \times \vec{v}| = 2\omega v \sin \psi$



pro c), d): $|2\vec{\omega} \times \vec{v}'| = 2\omega v' \cos \psi$?

projevy: stáčení slatkových útvary, oceánských proudů
a meteorologií, stáčení oceánských proudů,
meandrování řek, Foucaultovo kyvadlo,
velmi přesné průtokoměry, opožďování
práve kolijnice (na S polokouli), ovlivňuje
dráhu střely

Impuls síly

$$\vec{I} = \int_{L_1}^{L_2} \vec{F} dt$$

označuje ~~vektor~~, popisuje časový účinek síly

$$\vec{I} = \int_{L_1}^{L_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{L_1}^{L_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

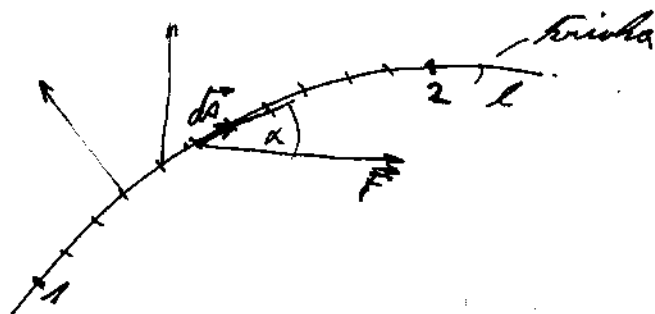
odpovídá změně hybnosti, měříme ve stejných jednotkách jako hybnost

Práce

skalární součin

$$A = \int_{(L)} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{(L)} F ds \cos \alpha \quad (\text{od Arbeit})$$

popisuje dráhový účinek síly



$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_1^2 \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int_1^2 m \cdot d\vec{v} \cdot \vec{v} = m \frac{1}{2} \int_1^2 d(v^2) = \\ &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = T_2 - T_1 \quad \text{kinetická energie} \end{aligned}$$

vykonaná práce odpovídá změně kinetické energie

jednotka: $[A] = \text{J}$, joule

Výkon

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \dots \text{okamžitý výkon}$$

$$[P] = W, \text{ Watt}$$

$$A = \int P dt \quad \dots \text{výpočet práce \& výkonu}$$

Konzervativní silové pole

$$\vec{F} = -\nabla U = -\left(\overbrace{\frac{\partial U}{\partial x}}^{\text{gradient } F_x}, \overbrace{\frac{\partial U}{\partial y}}^{F_y}, \overbrace{\frac{\partial U}{\partial z}}^{F_z} \right)$$

konzervativní síla potenciální energie

práci proti působení
pole vyjádříme pot. energií

konzervativní sílu lze vyjádřit jako záporné
gradient pot. energie

přepočít $\vec{F} \rightarrow U$

vypočteme dU

$$dU(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz$$

$$= -F_x dx - F_y dy - F_z dz = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$U = \int_1^2 dU = - \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} + C$$

Zachování energie v konzervativním poli

práce konzervativních sil

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_1^2 dU = U_1 - U_2$$

→ práce závisí jen na U_1, U_2 ,
→ nezávisí na dráze

obecně také

$$A = T_2 - T_1$$

$$T_2 - T_1 = U_1 - U_2 \Rightarrow$$

$$T_1 + U_1 = T_2 + U_2 = E = \text{konst.}$$

↑ energie

zákon zachování energie (mechanické)
v konzervativním poli



l uzavřená dráha

$$A = \oint_{(l)} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

práce po uzavřené dráze je nulová

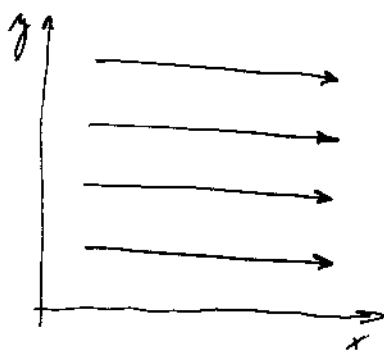
Konzervativní pole

siločára

- siločáry tvoří soustavu neprotínajících se křivek
- orientovaná křivka v lib. bodě siločáry udává směr zrychlení v silovém poli

homogenní pole

- typický příklad konzervativního pole

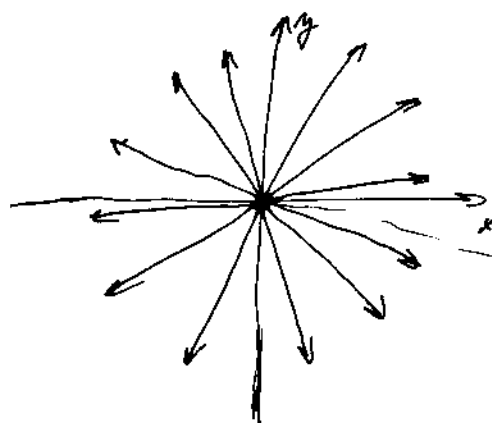


např. gravitační pole Země v malé oblasti prostoru, elektrické pole mezi rovnými nabitými deskami

síla: ve všech bodech stejná velikost, směr a orientace

Pole centrálních sil

- nejdůležitější případ silového pole vůbec



např. elektrické pole nabité částice, gravitační pole Země v libovolné oblasti

← silové centrum

síla: vždy směřuje do silového centra, velikost závisí jen na vzdálenosti od tohoto centra; reálné síly klesají se vzdáleností od silového centra

Mechanika soustavy částic

- budeme pracovat s N částicemi
- částice budeme označovat řeckými indexy ($\alpha, \beta, \dots$)
- částice mohou být volné nebo vázané
- stupeň volnosti - odpovídá počtu souřadnic, které musíme znát, abychom určili polohu popisované soustavy částic v prostoru

První věta impulsová

- budeme pracovat v inerciální soustavě (jen gravitační síly)
- síly $\begin{cases} \text{vnitřní (interní)} - \text{působí na sebe částice uvnitř soustavy} \\ \text{vnější (externí)} - \text{síla nepochází z popisované soustavy} \end{cases}$
- izolovaná soustava - nepůsobí na ni žádné vnější síly

zákon síly pro jednu částici

$$\frac{d\vec{p}_\alpha}{dt} = \vec{F}_\alpha^{(i)} + \vec{F}_\alpha^{(e)} = \sum_{\beta=1}^N \vec{F}_{\alpha\beta} + \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

sečtení všechny rovnice

$$\sum_{\alpha=1}^N \frac{d\vec{p}_\alpha}{dt} = \sum_{\alpha, \beta=1}^N \vec{F}_{\alpha\beta} + \sum_{\alpha=1}^N \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

$$\frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^N \vec{p}_\alpha = \sum_{\alpha, \beta=1}^N \vec{F}_{\alpha\beta} + \sum_{\alpha=1}^N \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

oznacení

celková hybnost soustavy $\vec{P}$

$$\vec{P} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{p}_\alpha$$

výsledná externí síla

$$\vec{F}^{(e)} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

výsledná interní síla

$$\vec{F}^{(i)} = \sum_{\alpha, \beta=1}^N \vec{F}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\sum_{\alpha, \beta=1}^N \vec{F}_{\alpha\beta} + \sum_{\alpha, \beta=1}^N \vec{F}_{\beta\alpha} \right) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^N (\vec{F}_{\alpha\beta} + \vec{F}_{\beta\alpha}) =$$

zákon akce a reakce $\Rightarrow \vec{F}_{\alpha\beta} = -\vec{F}_{\beta\alpha}$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^N (\vec{F}_{\alpha\beta} - \vec{F}_{\alpha\beta}) = \underline{\underline{0}}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt} \vec{P} = \vec{F}^{(e)}}$$

první věta impulsová
pro soustavu částic

slovně: časová změna celkové hybnosti soustavy částic
je rovna výslednici vnějších sil, které
na tuto soustavu působí

pro izolovanou soustavu: $\vec{F}^{(e)} = \vec{0}$

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = 0 \Rightarrow d\vec{P} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{P} = \text{konst}}$$

↓
zákon zachování hybnosti

Hmotný střed soustavy

při popisu pohybu celé soustavy je vhodné ji nahradit
tzv. hmotným středem (soustředíme celou hmotnost
soustavy)

polo hledáme:

polohový vektor hmotného středu $\vec{R}$

celková hybnost soustavy

$$\vec{P} = \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} = M \vec{V}$$

$$M = \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha}$$

M .. rychlost hmotného středu

$$\sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \frac{d\vec{r}_{\alpha}}{dt} = M \frac{d\vec{R}}{dt}$$

pro časově nezávislé hmotnosti

$$\frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} = \frac{d}{dt} (M \vec{R}) \Rightarrow \boxed{\vec{R} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}}$$

polohový vektor hmotného středu

ve velké většině případů těžiště = hmotný střed
v literatuře běžně zaměňováno

Těžišťová soustava souřadnic

= soustava hmotného středu

je spojena s hmotným středem

- všechny inerciální soustavy jsou si rovny (jsou nerozlišitelné), ale v klasické matematického vyjádření je nejnepohodlnější těžišťová, protože zde je $\vec{P} = \vec{0}$, nebo to derivace, je to $\vec{P}$ a časem použít v jaderné fyzice, popis pohybů planet, ...

Pohybová rovnice hmotného středu

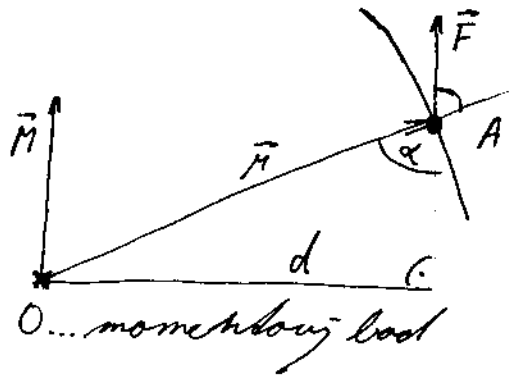
derivujeme vyjádření hybnosti

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \frac{d}{dt} (M \vec{V}) = \boxed{M \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}^{(e)}}$$

... stejný tvar jako
Newtonova pohybová
rovnice pro jednu částici

Moment síly

- vyjadřuje otáčivý účinek síly



d... rameno síly

moment síly vzhledem k bodu O

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (\text{pseudovektor})$$

velikost momentu síly

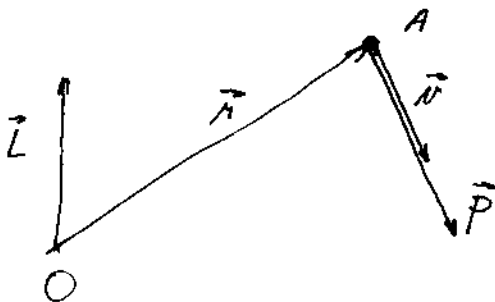
$$M = r F \sin \alpha = r F \frac{d}{r} = F d$$

Moment hybnosti

- analogie hybnosti pro rotační pohyb

moment hybnosti vzhledem k bodu O

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$



Druhá věta impulsová

polohová reč (sátom) pro částici $\vec{r}_\alpha$

$$\vec{r}_\alpha \times \frac{d\vec{p}_\alpha}{dt} = \sum_{\beta=1}^N \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{\alpha\beta} + \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

sčítu pro všechny částice

$$\sum_{\alpha=1}^N \vec{r}_\alpha \times \frac{d\vec{p}_\alpha}{dt} = \sum_{\alpha,\beta=1}^N \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{\alpha\beta} + \sum_{\alpha=1}^N \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

levá strana:

$$\sum_{\alpha=1}^N \vec{r}_\alpha \times \frac{d\vec{p}_\alpha}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^N \underbrace{\vec{r}_\alpha \times \vec{p}_\alpha}_{\substack{= \vec{l}_\alpha \dots \text{moment} \\ \text{hybnosti částice } \alpha}} - \sum_{\alpha=1}^N \frac{d\vec{r}_\alpha}{dt} \times \vec{p}_\alpha =$$

$$= \frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^N \vec{l}_\alpha - \sum_{\alpha=1}^N \underbrace{\vec{v}_\alpha \times m_\alpha \vec{v}_\alpha}_{= \vec{0}}$$

oznámíme:

celkový moment hybnosti soustavy

$$\vec{L} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{l}_\alpha$$

výsledný moment síly vnějších sil

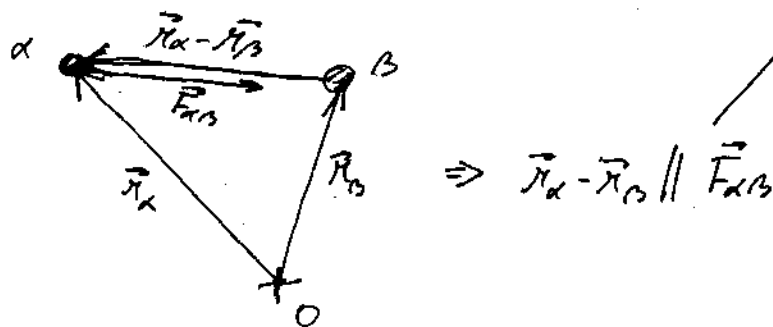
$$\vec{M}^{(e)} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_\alpha^{(e)}$$

výsledný moment síly vnitřních sil

$$\vec{M}^{(i)} = \sum_{\alpha,\beta=1}^N \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=1}^N (\vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{\alpha\beta} + \vec{r}_\beta \times \vec{F}_{\beta\alpha}) =$$

ke káhonu akce a reakce, $\vec{F}_{\alpha\beta} = -\vec{F}_{\beta\alpha}$

$$* = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^N (\vec{r}_{\alpha} \times \vec{F}_{\alpha\beta} - \vec{r}_{\beta} \times \vec{F}_{\beta\alpha}) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^N \underbrace{(\vec{r}_{\alpha} - \vec{r}_{\beta}) \times \vec{F}_{\alpha\beta}}_{= \vec{0}}$$



dosadíme vše dohromady:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{(e)}}$$

... druhá věta impulsová

časová změna celkového momentu hybnosti soustavy je rovna výslednému momentu síly působících sil

pro izolovanou soustavu

kde platí $\vec{M}^{(e)} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{L} = \text{konst.}} \dots \text{zákon zachování momentu hybnosti}$$

Mechanika tuhého tělesa

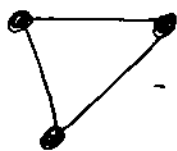
hustota $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$

výpočet hmotnosti $M = \iiint_{(V)} \rho dV$

tuhé těleso

je to těleso, které se nemůže deformovat
se velmi zjednodušuje popis t.t.

těleso popíšeme pomocí tří bodů $\Rightarrow$ 9 stupňů volnosti



- 3 vazby, zajišťující nedeformovatelnost

celkový počet stupňů volnosti je $9 - 3 = \underline{\underline{6}}$

existence tuhého tělesa je vyloučena

(např. křivku čtyři, v ní se nachází čtyři rychl. rovnice)

pohyb t.t. $\left\{ \begin{array}{l} \text{translační (3 s.v.)} \\ \text{rotační (3 s.v.)} \end{array} \right.$

rychlost elementu t.t. $\vec{v}_x$

$$\vec{v}_x = \vec{V} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_x$$

rychlost
těžiště tělesa

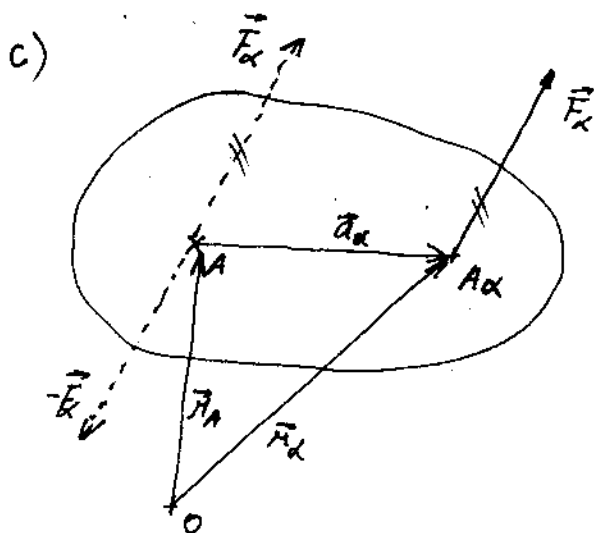
rotační rychlost

úhlová rychlost tělesa
jako celku

Dynamika tuhého tělesa

- vytvoříme pravidla pro určení jedné výsledné síly a jednoho výsledného momentu síly
- sílu budeme pokládat za klouzavý vektor

- a) stejně velké opačně orientované síly v jedné přímce se ruší a nemají žádný pohybový účinek
- b) posuneme-li působíště síly po přímce, v níž leží síla působí, pohybový účinek se nezmění



sílu posuneme rovnoběžně do libovolného bodu tělesa, do něhož musíme přidat doplňkovou dvojici sil. pohybový účinek pak zůstává stejný moment silové dvojice $\vec{D}_x$

$$\vec{D}_x = \vec{r}_x \times \vec{F}_x - \vec{r}_A \times \vec{F}_x = (\vec{r}_x - \vec{r}_A) \times \vec{F}_x$$

celková síla působící na těleso v bodě A

$$\vec{F} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{F}_\alpha$$

celkový moment síly působící na těleso v bodě A

$$\vec{D} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{D}_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N (\vec{r}_{\alpha} - \vec{r}_A) \times \vec{F}_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N \underbrace{\vec{r}_{\alpha} \times \vec{F}_{\alpha}}_{=\vec{M}^{(e)}} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{r}_A \times \vec{F}_{\alpha} =$$

$$= \vec{M}^{(e)} - \vec{r}_A \times \sum_{\alpha=1}^N \vec{F}_{\alpha} \stackrel{=\vec{F}}{=} \vec{M}^{(e)} - \vec{r}_A \times \vec{F}$$

$$\boxed{\vec{D} = \vec{M}^{(e)} - \vec{r}_A \times \vec{F}}$$

Těžiště

- je to působíště tíhové síly
- určíme jeho polohový vektor $\vec{R}$ v homogenním tíhovém poli

$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F}$$

moment síly celková tíhová síla

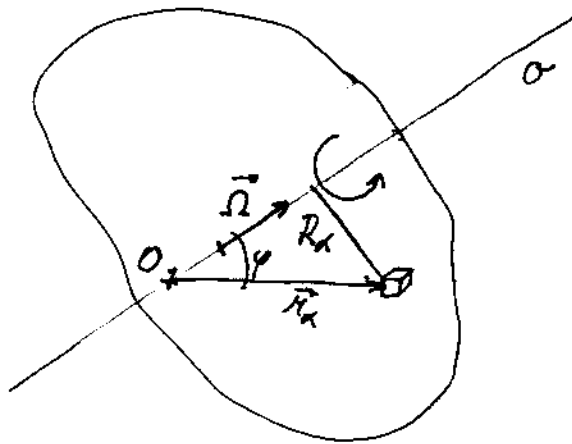
$$\vec{F} = \sum_{\alpha} \vec{F}_{\alpha} = \underbrace{\left(\sum_{\alpha} m_{\alpha} \right)}_{=M} \vec{g} = M \vec{g}$$

$$\vec{M} = \sum_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \times \vec{F}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \times m_{\alpha} \vec{g} = \left(\sum_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} m_{\alpha} \right) \times \vec{g} = \underbrace{\left(\frac{1}{M} \sum_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} m_{\alpha} \right)}_{=\vec{R}} \times \underbrace{(M \vec{g})}_{=\vec{F}}$$

- pro homogenní tíhové pole je poloha těžiště a hmotného středu shodná
- poloha těžiště pro těleso se spojitě rozloženou hmotou

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \iiint \vec{r} dm$$

Kinetická energie rotačního pohybu tuhého tělesa T_R



$$\sin \varphi = \frac{R_k}{r_k}$$

$$\begin{aligned} T_R &= \sum_k \frac{1}{2} m_k v_k^2 = \sum_k \frac{1}{2} m_k |\vec{\Omega} \times \vec{r}_k|^2 = \sum_k \frac{1}{2} m_k (\Omega r_k \sin \varphi)^2 = \\ &= \sum_k \frac{1}{2} m_k \Omega^2 R_k^2 = \frac{1}{2} \Omega^2 \left(\sum_k m_k R_k^2 \right) \end{aligned}$$

= J .. moment setrvačnosti
vzhledem k ose σ

$$\underline{\underline{T_R = \frac{1}{2} J \Omega^2}}$$

moment setrvačnosti J závisí pouze na rozložení hmoty v tělese a na poloze rotační osy

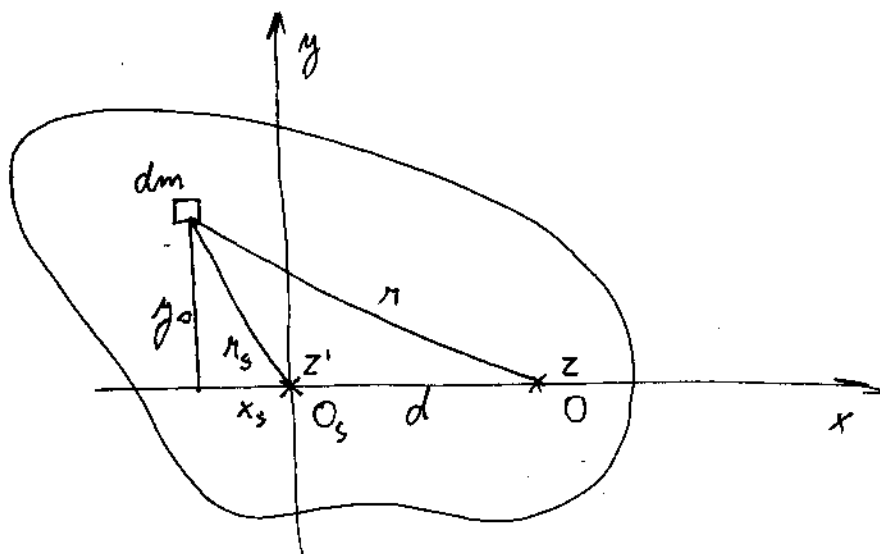
- moment setrvačnosti pro těleso se spojitě rozloženou hmotou

$$J = \iiint R^2 dm = \iiint R^2 \rho dV$$

$\uparrow$
skalární vzdálenost dm od rotační osy

pro většinu běžných těles nalezneme J v tabulkách

Steinerova věta



$O, O_s \dots$ rotační osy, $O \parallel O_s$; $O \equiv x, O_s \equiv x'$

$O_s \dots$ prochází těžištěm

$O \dots$ neprochází — " —

$$J = \iiint r^2 dm = \iiint (y_s^2 + (x_s + d)^2) dm =$$

$$= \iiint (\underbrace{y_s^2}_{=x_s^2} + x_s^2 + 2x_s d + d^2) dm =$$

$$= \underbrace{\iiint x_s^2 dm}_{= J_s} + 2d \underbrace{\iiint x_s dm}_{= 0} + d^2 \underbrace{\iiint dm}_{= M}$$

$= J_s$
mom. setro.
vzhledem k O_s

$= 0$ —
díky zvolení
půlky

$= M$
celk. hmotnost

odálenost os

$\Rightarrow$

$$\boxed{J = J_s + d^2 M}$$

Steinerova věta

Celková kinetická energie tuhého tělesa

$$T = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} m_{\alpha} |\vec{V} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{\alpha}'|^2 =$$

$$v_{\alpha} = \vec{V} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{\alpha}'$$

↑
rychlost
těžiště

↑
úhlová rychlost

↑
polohový vektor

v těžišťové soustavě
kvalitní body, $\vec{r}_0 = \vec{R} = \vec{0}$

$$= \sum_{\alpha} \frac{1}{2} m_{\alpha} (V^2 + 2\vec{V} \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{r}_{\alpha}') + |\vec{\Omega} \times \vec{r}_{\alpha}'|^2) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\underbrace{\sum_{\alpha} m_{\alpha}}_{=M} V^2 + \vec{V} \vec{\Omega} \times \underbrace{\sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}'}_{=M\vec{R}=\vec{0}} + \underbrace{\sum_{\alpha} \frac{1}{2} m_{\alpha} |\vec{\Omega} \times \vec{r}_{\alpha}'|^2}_{=I_h = \frac{1}{2} J \Omega^2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} J \Omega^2}$$

translace
těžiště

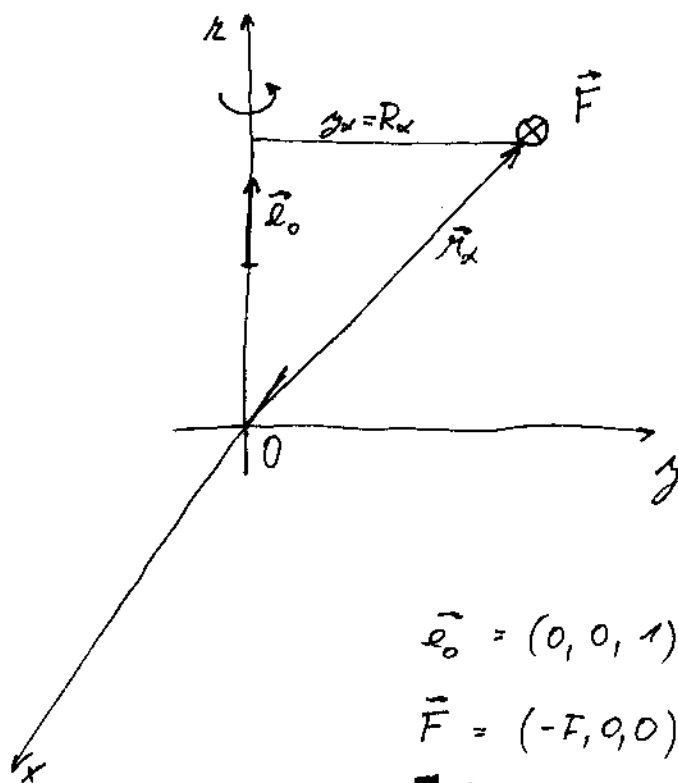
rotace v těžišťové
soustavě

Moment síly vzhledem k ose M_0

$$M_0 = \vec{M} \cdot \vec{e}_0$$

moment síly vzhledem
k libovolnému bodu
na ose otáčení

jednotkový vektor,
který leží na ose
otáčení



$$\vec{e}_0 = (0, 0, 1)$$

$$\vec{F} = (-F, 0, 0)$$

$$\vec{r}_\alpha = (0, y_\alpha, z_\alpha)$$

α -ová složka momentu síly $\vec{M}$ vzhledem k 0: $(\vec{M}_\alpha = \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_\alpha)$

$$\begin{aligned} M_{\alpha 3} &= \epsilon_{3jk} r_{\alpha j} F_{\alpha k} = \underbrace{\epsilon_{312}}_{=0} r_{\alpha 1} \underbrace{F_{\alpha 2}}_{=0} + \epsilon_{321} r_{\alpha 2} F_{\alpha 1} = \\ &= \underbrace{-1}_{-1} y_\alpha F \end{aligned}$$

oznámka: $(\vec{a} \times \vec{b})_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$

Ricciho symbol

$$\epsilon_{ijk} = 0 \text{ pro } i=j \text{ nebo } j=k \text{ nebo } i=k$$

$$\epsilon_{123} = 1 \text{ pro sudé permutace, } = -1 \text{ pro liché permutace}$$

$$M_o = (M_x, M_y, y_\alpha \cdot \vec{F}) \cdot (0, 0, 1) = y_\alpha \vec{F} = R_\alpha F$$

M_o ~~závisí~~ obecně jen na kolmé vzdálenosti od osy

Coulombov zákon

$\epsilon_0 \doteq 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ permitivita vakua / elektrická konstanta

$$\epsilon_0 = \frac{10^9}{4\pi c^2}$$

jednotka náboje (SI)

$[Q] = 1 \text{ C} \dots \text{Coulomb}$

= el. náboj přenesený proudem 1A za 1s
(často $[Q] = \text{Ampérsekunda}$)

meze platnosti Coul. zákona

- mimo pochybnost platí do vzdálenosti $\bullet 0,01$ atomového jádra (10^{-10} m)
- mimo pochybnost do stovek milionů l.g. (nepřímé experimenty)

Princip superpozice (P.S.)

- uvádí se často jako součást Coul. zákona
- uvažujme N nábojů $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$ v místech $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_m$
- navíc máme náboj Q v místě $\vec{r}$

výsledná síla působící na Q (z experimentu)

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \dots \text{síly } \vec{F}_i \text{ jsou meravivě aditivní}$$

↑
vliv i -tého náboje

- P.S. umožňuje použít Coul. zákon i v přítomnosti dalších nábojů
- P.S. obecně platí u lineárních dějů, neplatí pro nelineární děje

Coulombov zákon

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (C)$$

Newtonův gravitační zákon

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (N)$$

- mezi (C) a (N) nejprve bude souvislost, nevíme jaká

$$\frac{F_e}{F_g} \text{ pro 2 elektrony} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \kappa m_1 m_2} = 4,2 \cdot 10^{42} \dots \text{toto číslo}$$

bude asi koeficientem „univerzální“ rovnice (Feynman)

Vektor intenzity elektrostatického pole $\vec{E}$

- $\vec{E}$ je vektorová charakteristika stat. pole

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

— síla působící na náboj $Q > 0$

jednotka $[\vec{E}] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{N}{C} = \frac{J}{m \cdot C} = \frac{V}{m}$, směrem , obvykle

$\vec{E}$ pro soustavu bodových nábojů

- máme náboje $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$ v místech $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$
(vytvářejí sledované pole)

- máme testovací náboj Q v místě $\vec{r}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \underbrace{\frac{Q \cdot Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}}_{\vec{R}_i} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

$$\Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{R_i^3} \cdot \vec{R}_i$$

speciálně $\vec{E}$ pro bodový náboj v počátku

$$N=1, \vec{r}_1 = \vec{0}$$

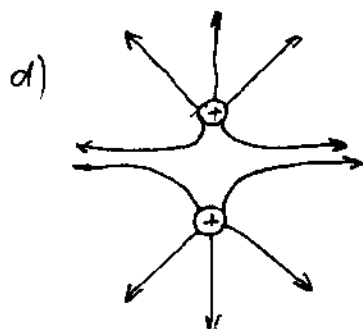
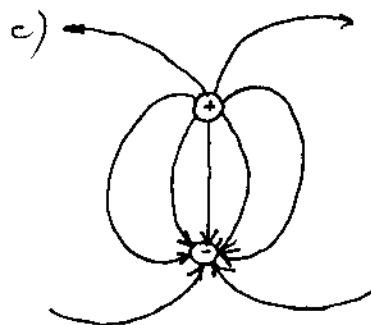
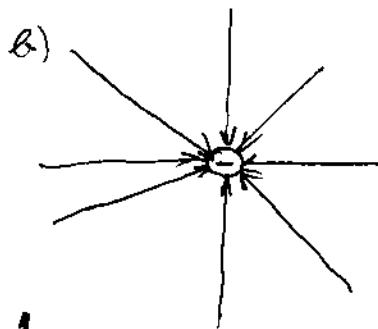
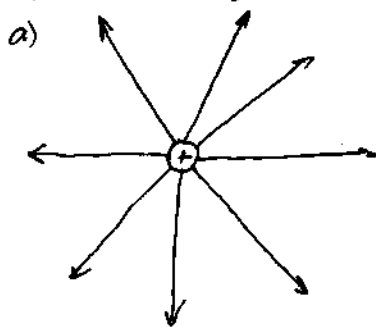
$$\underline{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r^3} \cdot \vec{r}}$$

- při popisu el. pole používáme $\vec{E}(\vec{r})$ častěji než rozložením jednotlivých nábojů

Siločáry

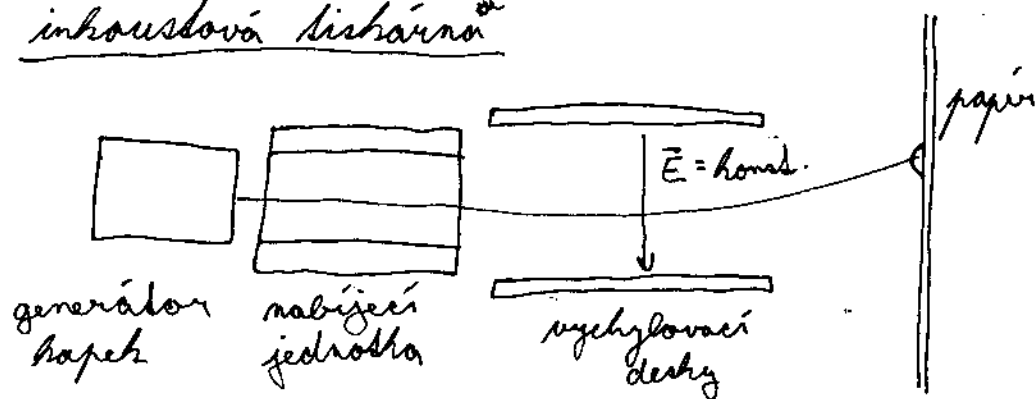
- výhodné pro grafické znázornění průběhu $\vec{E}$
- siločára je spojitá orientovaná křivka, $\vec{E}(\vec{r})$ tvoří tečnu k siločáře v místě $\vec{r}$
- siločáry vždy vycházejí z kladných nábojů a končí na záporných
- s. mohou také začínat a končit v nekonečnu
- nemohou se protínat
- hustota siločar určuje $|\vec{E}|$ (podobně jako hustota vektorů na mapě určuje sílu větru)

- příklady



Průmyslové využití elstat. interakcí

a) inkoustová tiskárna



b) kopírování

přenos částic toneru na nabitý váleček,
dále přenos na nabitý papír, napětí
(na obrázku normální kulička s tonerem)

c) zachycování popílku v kamínkách

elstat. odlučovací - elstat. odstranění nabitého popílku

d) elstat. naprašování (nanášení) barev

Potenciál elstat. pole bodových nábojů

definován funkcí $\varphi(\vec{r})$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{\underbrace{|\vec{r} - \vec{r}_i|}_{=R_i}} + C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{R_i} + C$$

- φ není definován jednoznačně

- často volíme $\varphi(\infty) = 0 \Rightarrow C = 0$

spec. případ - potenciál bodového náboje v počátku

$$N = 1 \quad \vec{r}_i = \vec{0}$$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_i}{\vec{r}} + C$$

vypočítáme $\vec{\nabla} \varphi$:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \varphi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N Q_i \vec{\nabla} \left(\frac{1}{R_i} \right) \\ &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i \vec{R}_i}{R_i^3} \\ &= - \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\vec{\nabla} \left(\frac{1}{R_i} \right) \right]_x &= \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}} \\ &= -\frac{1}{2} a^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{2(x-x_i)}{a} \\ &= \frac{(x-x_i)}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{\vec{R}_i}{R_i^3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = - \vec{\nabla} \varphi(\vec{r}) = - \text{grad } \varphi(\vec{r})$$

rozměr φ

$$[E] = \frac{[\varphi]}{[l]} \Rightarrow \frac{V}{m} = \frac{[\varphi]}{m} \Rightarrow [\varphi] = V$$

Práce

- práce na posunutí náboje Q z $\vec{r}_0$ do $\vec{r}$

$$A_{\vec{r}_0, \vec{r}} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l} = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} Q \vec{E} d\vec{l} = Q \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{\nabla} \varphi \cdot d\vec{l} =$$

síla působí
proti poli

$$= Q \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\varphi = Q [\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r}_0)]$$

$$A_{\vec{r}_0, \vec{r}} = Q [\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r}_0)]$$

- nezávisí na dráze

- závisí jen na potenciálu koncových bodů

Elektrické napětí

- práce vykonaná el. polem při přenesení jednotkového náboje z místa 1 do místa 2

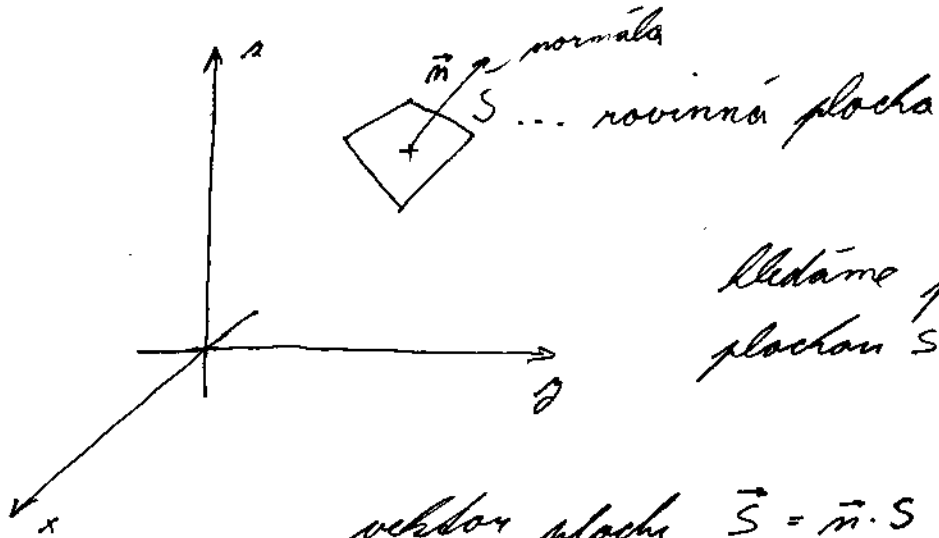
$$A_{12} = U_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_2^1 d\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

	typ náboje	značka	definice
prostor	objemová	ρ	$\frac{dQ}{dV}$
plocha	plošná	σ	$\frac{dQ}{dS}$
křivka	lineární	τ	$\frac{dQ}{dl}$

	$\sum_{i=1}^N$	Q_i	$\vec{r}_i$	Q_c
prostor	$\iiint_{(V)}$	$\rho(\vec{r}') dV$	$\vec{r}'$	$\iiint_{(V)} \rho(\vec{r}') dV$
plocha	$\iint_{(S)}$	$\sigma(\vec{r}') dS$	$\vec{r}'$	$\iint_{(S)} \sigma(\vec{r}') dS$
křivka	$\int_{(L)}$	$\tau(\vec{r}') dl$	$\vec{r}'$	$\int_{(L)} \tau(\vec{r}') dl$

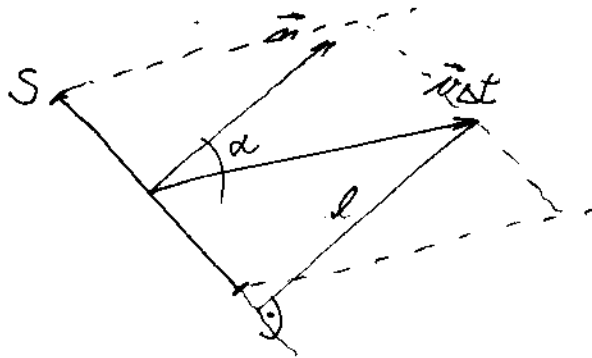
Tok intenzity elstat. pole bodových nábojů

tok vektoru (hydrodynamická analogie)



hledáme průtok vady
plochou S, $\Phi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

vektor plochy $\vec{S} = \vec{n} \cdot S$



$$\cos \alpha = \frac{l}{n \Delta t}$$

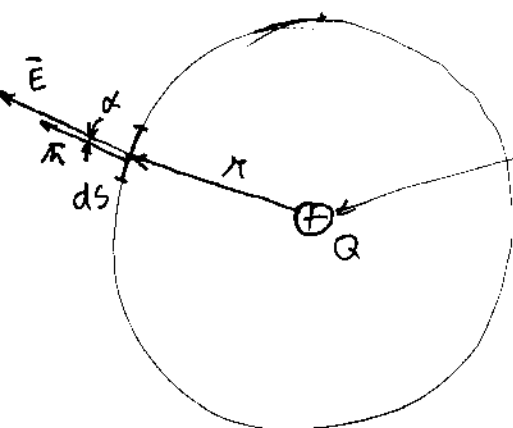
$$\begin{aligned} \Delta V &= S l = S \cdot n \Delta t \cdot \cos \alpha = \\ &= \vec{S} \cdot \vec{n} \cdot \Delta t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \vec{S} \cdot \vec{n}$$

tok intenzity elektř. pole

$$\Phi = \iint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

tok intenzity povrchem koule



bodový náboj ve středu koule

$$\Phi = \iint E dS \cos \alpha = \iint E dS \underbrace{\cos 0}_{=1}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \underbrace{\iint dS}_{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gaussův zákon elektř. pole

$$\oint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_c}{\epsilon_0}$$

$Q_c = \sum_{i=1}^N Q_i \dots$ součet nábojů uvnitř plochy S

— integrální tvar

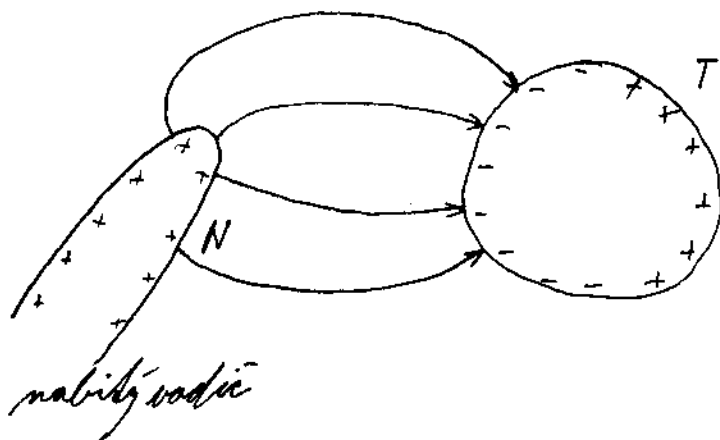
- velmi vhodný k výpočtu $\vec{E}$ v okolí symetrických těles

Diferenciální rovnice

$$\iiint_{(V)} \operatorname{div} \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{(V)} \rho dV$$

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}} \quad \text{platí v bodě}$$

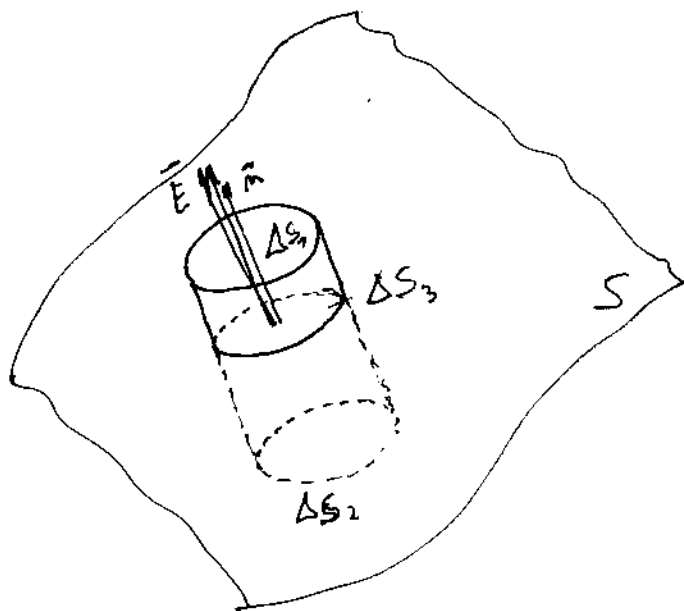
Vodič v elstat. poli



elektrostatická indukce

- v rovnovážném stavu bude $\vec{E}$ uvnitř vodiče nulové
- ve vodiči vloženém do elstat. pole dojde k přesunutí nábojů

$\vec{E}$ v blízkosti povrchu nabitého vodiče



$$\oint_{(S)} \vec{E} d\vec{S} = \left(\underbrace{\iint_{\Delta S_1}}_{=0} + \underbrace{\iint_{\Delta S_2}}_{=0} + \iint_{\Delta S_3} \right) E dS = \iint_{\Delta S_1} E dS =$$

$$= E \iint_{\Delta S_1} dS = E \Delta S_1$$

$$= \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \Delta S_1}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}} \dots \text{Coulombova věta}$$

bílí místo ;)

Poissonova a Laplaceova rovnice

- umožní vyčíslet rozložení $\varphi(\vec{r})$ ze známého rozložení nábojů
- umožní vyčíslet rozložení nábojů ze známého potenciálu

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \operatorname{grad} \varphi = -\vec{E} \end{array} \right\} \quad \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \varphi}_{=\Delta} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

... Poissonova rel.
a kont. rovn.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi(x, y, z) = -\frac{\rho(x, y, z)}{\epsilon_0}$$

- Poissonova rovnice — platí v prostoru s náboji
- Laplaceova rovnice — " ————— bez nábojů

$$\boxed{\Delta \varphi(\vec{r}) = 0}$$

Elektrodynamika

- studuje a popisuje děje, které nastávají při pohybu elektrických nábojů
- omezíme se na stacionární přiblížení
= popisované veličiny nezávisí explicitně na čase

Elektrické proudy

- el. proud je uspořádaný pohyb el. nábojů

okamžitý proud I

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} ; [I] = A, \text{ Ampér}$$

proud $\left\{ \begin{array}{l} \text{stacionární} - \text{nemění se s časem} \\ \text{nestacionární} - \text{v čase proměnný} \end{array} \right.$

prosklý náboj

$$Q = \int_0^T I(t) dt$$

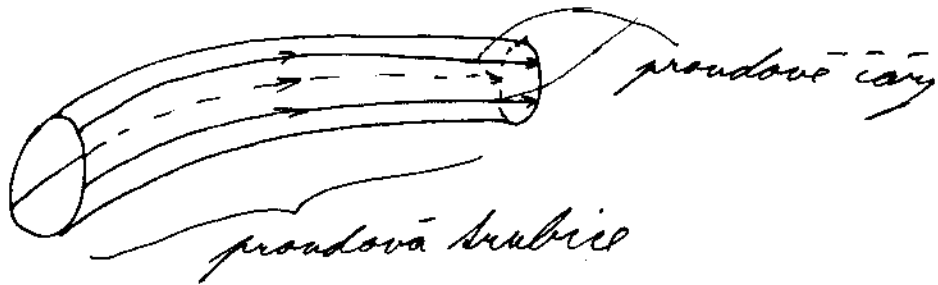
proudová hustota $\vec{j}$

$$I = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

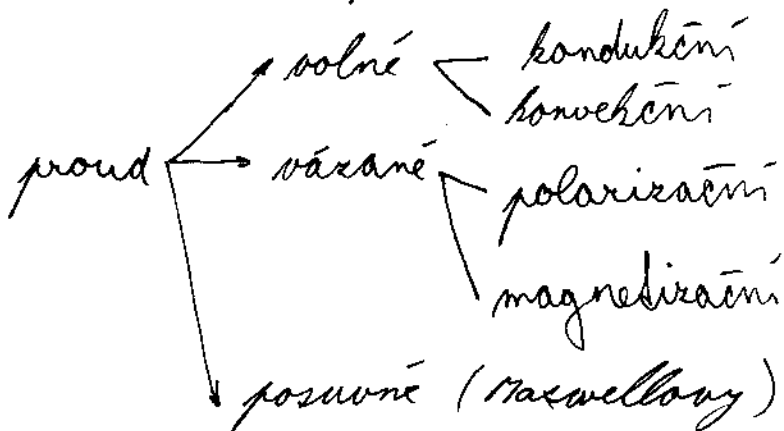
↑
proud procházející
plochou S

proudová čára = křivka, jejíž tečny mají směr $\vec{j}$

proudová trubice = objem (vodíče), jehož stěny jsou
složené proudovými čarami



Rozdělení proudů



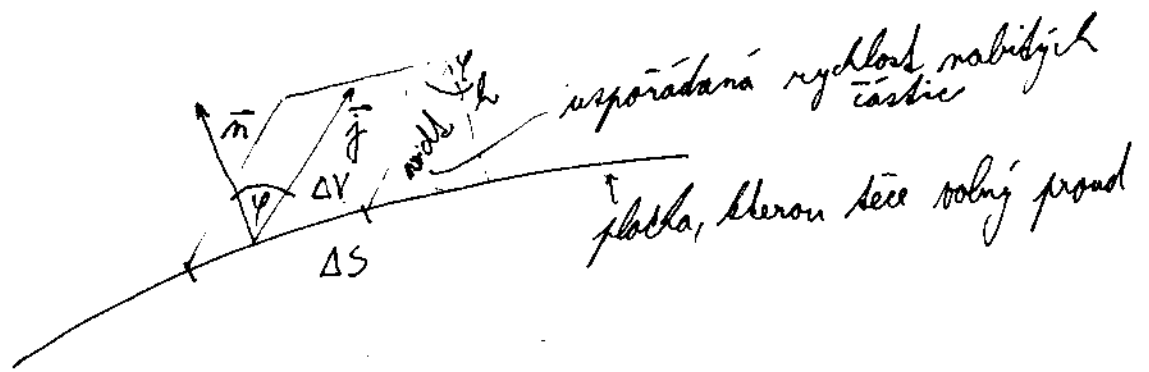
volné proudy - přemísťování volných nábojů na makro-
skopické vzdálenosti

- kondukční proud (vodivý) - uspořádaný pohyb
nosičů volného náboje působením přiloženého
napětí ve vodiči

- konvekční proud - pohyb volného náboje ve vakuu
(např. obrazovka)

volné náboje nesené částicemi

(i nevodivými) - vodní kapky, pyl,
prach, volné náboje mohou být nabitými
tělesy (van der Graafův generátor
roztváří náboje koulí)



$$\cos \varphi = \frac{h}{v dt}$$

proud plošnou ΔS :

$$I = \vec{j} \cdot \vec{\Delta S} = j \cdot \Delta S \cdot \cos \varphi \Rightarrow j = \frac{I}{\Delta S \cos \varphi} = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{1}{\Delta S \cos \varphi}$$

náboj dQ , který projde plochou ΔS za dt :
(náboj v objemu ΔV)

$$dQ = \rho \Delta V = \rho \Delta S h = \rho \Delta S v dt \cos \varphi$$

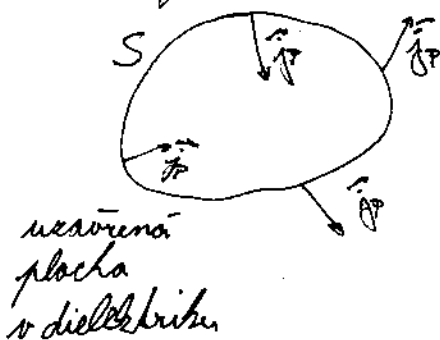
doradíme do vztahu pro j :

$$j = \frac{\rho \Delta S v dt \cos \varphi}{dt \Delta S \cos \varphi} \Rightarrow \boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}}$$

vázané proudy - nedochází k transportu náboje na makroskopické vzdálenosti

- polarizační proudy (v dielektriku)

- vzniká přerostlením náboje se vnějším el. poli
náboj se vnějším el. poli



$$I_P = \oint_{(S)} \vec{j}_P \cdot d\vec{S}$$

$$I_P = -\frac{dQ_P}{dt} = \oint \frac{d\vec{P}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

abylo ke vztahu náboje v ploše S

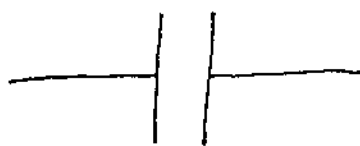
porovnáme obě vyjádření I_P

$$\oint_{(S)} \vec{j}_P \cdot d\vec{S} = \oint \frac{d\vec{P}}{dl} \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{j}_P = \frac{d\vec{P}}{dl}}$$

- magnetizační proud - vzniká v magnetitech při vlození do el. mag. pole

- posuvný (Maxwellův) proud - je nestacionární průchod el. proudu kondenzátorem

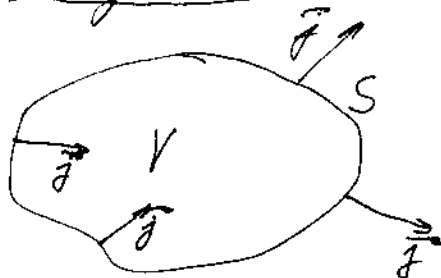


nedochází k pohybu el. nábojů
vnitřkem kondenzátoru
dochází k transportu energie

Rovnice kontinuity proudu

= matematické vyjádření zákona zachování el. náboje

Integrační tvar



$$\boxed{I = - \frac{dQ}{dt} ; \oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = - \frac{dQ}{dt}}$$

celkový proud je roven záporně změně náboje v objemu V

diferenciální tvar

$$\iiint_{(V)} \operatorname{div} \vec{j} dV = -\frac{d}{dt} \iiint_{(V)} \rho dV = -\iiint_{(V)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

Rovnice kontinuity pro stacionární případ

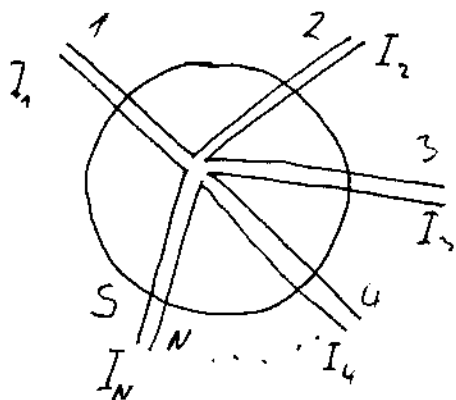
integrální tvar

$$\oint_{(S)} \vec{j} d\vec{S} = 0$$

diferenciální tvar:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

1. Kirchhoffův zákon



$$\boxed{\sum_{i=1}^N I_i = 0}$$

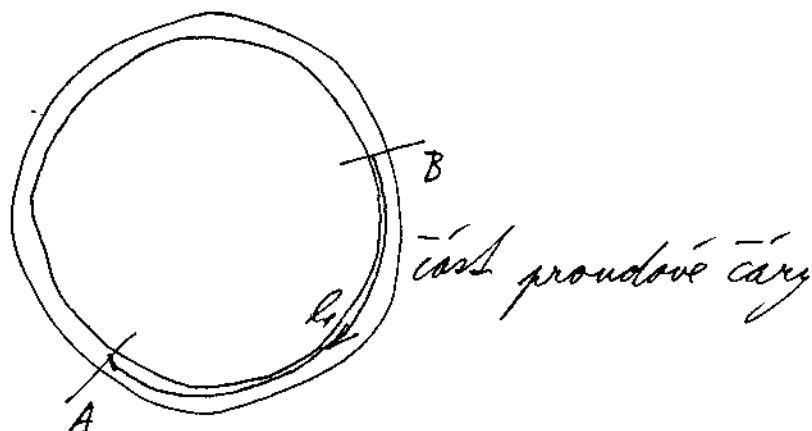
Ohmův zákon pro nehomogenní vodiče

- v uzavřené proudové smyčce se náboje pohybují po uzavřených dráhách - to není možné najít stacionární el. pole
- proto zavedeme tzv. vstřednou (elektromotorickou) intenzitu $\vec{E}^*$, obecně zdroj nemusí být elektrické povahy

Ohmův zákon pro nehomogenní vodič - diferenciální tvar

$$\vec{j} = \gamma (\vec{E} + \vec{E}^*)$$

↘ konduktivita materiálu



$$\int_A^B \frac{\vec{j}}{\gamma} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}} + \underbrace{\int_A^B \vec{E}^* \cdot d\vec{l}}$$

$= U_{AB}$

napětí mezi A, B

$= \mathcal{E}_{AB}$

elektromotorické napětí mezi A, B

$$\int_A^B \frac{\vec{j}}{\gamma} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{I}{\Delta S} \underbrace{\rho_r}_{\text{rezistivita}} d\vec{l} = I \cdot \underbrace{\int_A^B \frac{\rho_r d\vec{l}}{\Delta S}}_{= R_{AB}}$$

integrální tvar

$$I \cdot R_{AB} = U_{AB} + \mathcal{E}_{AB}$$

2. Kirchhoffův zákon

$$\sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^N I_i R_i$$

Jouleův (-Lenzův) zákon

- práce $A = Q \cdot U$

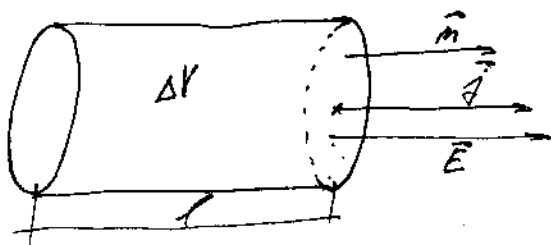
tepelný výkon $P = \frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt} (Q \cdot U) = U \frac{dQ}{dt} = U \cdot I$

$$[P] = [U][I] = VA = \frac{J}{C} \cdot \frac{C}{s} = W \quad \text{Watt}$$

tepelná energie uvolněná za čas Δt

$$\boxed{\Delta W = R \cdot I^2 \cdot \Delta t} \quad \text{J.-L. zákon}$$

diferenciální tvar:



$$\Delta P = U \cdot I = \vec{E} \cdot \vec{l} \cdot \vec{j} \cdot \vec{\Delta S} = \vec{E} \cdot \vec{j} \cdot \Delta V$$

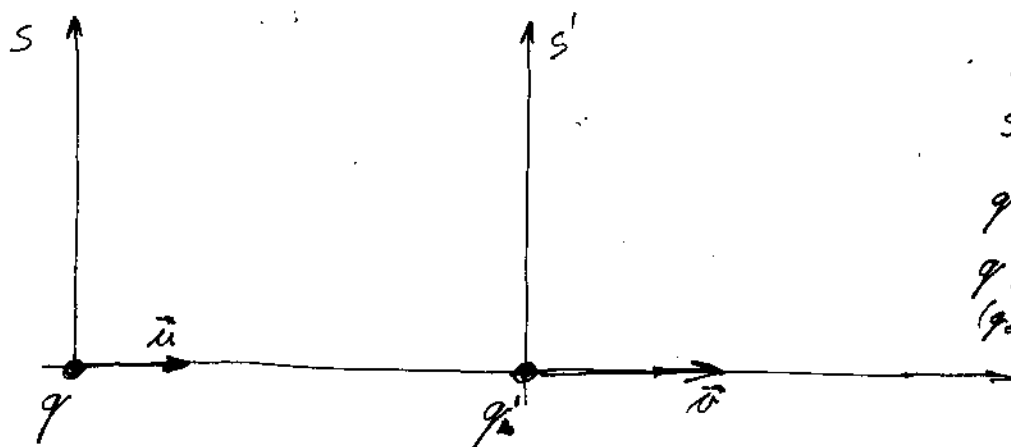
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta P}{\Delta V} = \vec{E} \cdot \vec{j}}$$

objemová hustota tepelného výkonu

Stacionární magnetické pole

- projev: silové účinky na magnetovaná tělesa, na elektrické proudy a na pohybující náboje

Síla působící na pohybující se náboje



S... klidová soustava
S'... pohybuje se rychl. $\vec{v}$
 q ... pohybuje se v S rychl. $\vec{u}$
 q' ... v klidu v počátku S' (q_0)

síla v soustavě S' (působí na q')

$$\vec{F}'(\vec{r}') = q' \cdot \vec{E}'(\vec{r}') = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}'}{r'^3} \quad *$$

síla v soustavě S - Lorencova transformace * (speciální relativity)

$$\vec{F}(\vec{r}) = \Gamma q' [\vec{E}(\vec{r}) + \frac{1}{c^2} \vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{E})]$$

Heavisideův faktor
pro malé β $\Gamma = 1$ ($u \ll c$)

Vektor magnetické indukce

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{v} \times \frac{q' \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{\mu_0 q'}{4\pi r^3} \vec{v} \times \vec{r}$$

$[B] = T$, Tesla ; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$... permeabilita vakua
magnetická konstanta

Lorenzova síla

$$\vec{F}(\vec{r}) = q [\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]$$

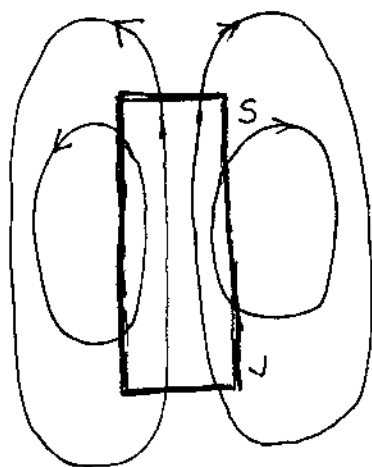
- nejobtíve známo a experimentu
při malých rychlostech

magn. síla je relativistická transformace elektrických

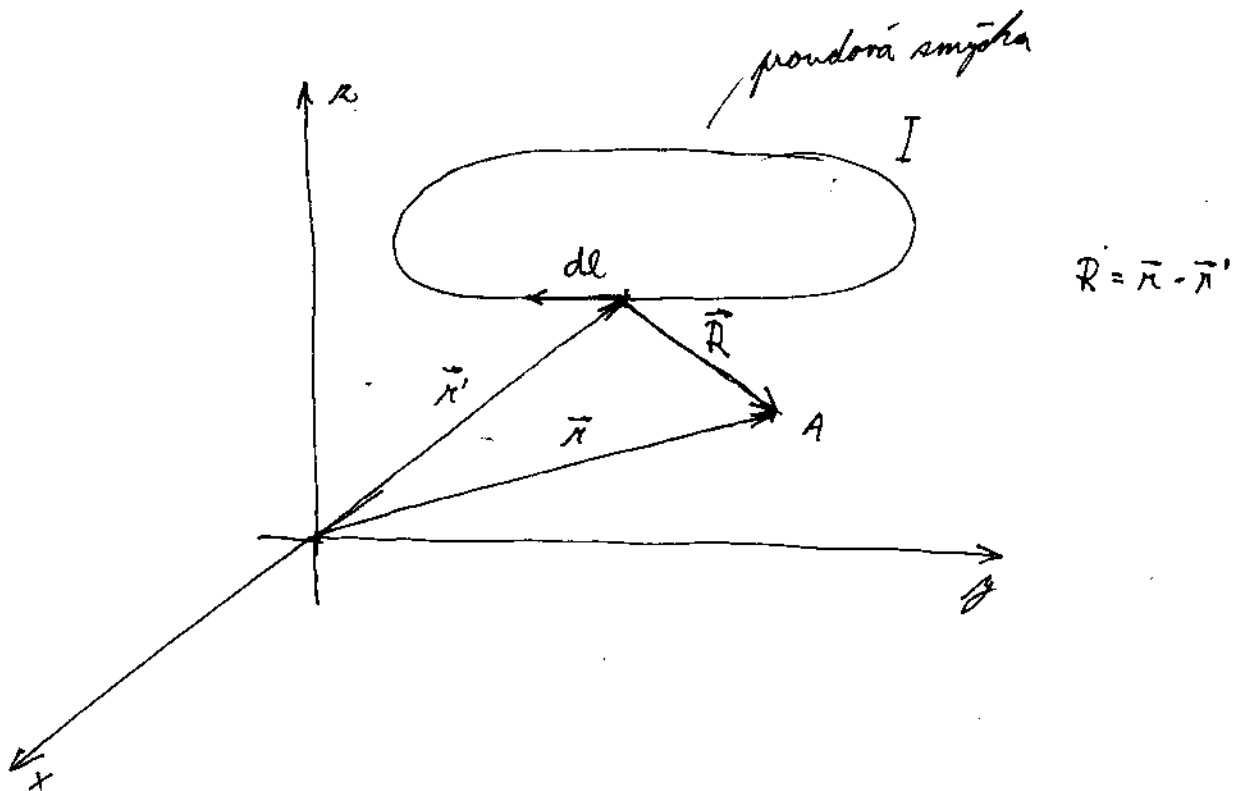
- pohybující se el. náboj ^(q) ^{hnutí} v prostoru kolem sebe elektrické a magnetické pole

Indukční cívky (i.č.)

- směr $\vec{B}$ odpovídá směru i.č.
- velikost $|\vec{B}|$ odpovídá hustotě i.č.
- i.č. jsou vždy uzavřené křivky
- i.č. železového magnetu



Biot-Savart (-Laplaceův) zákon



magnetický :

$$I d\vec{l} = \vec{j} \cdot d\vec{S} d\vec{l} = \vec{j} \cdot d\vec{V} = \rho \vec{v} dV \Rightarrow \vec{v} = \frac{I d\vec{l}}{\rho dV}$$

vlastní výpočet

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 dQ}{4\pi R^3} \vec{v} \times \vec{R} = \frac{\mu_0 \rho dV}{4\pi R^3} \frac{I d\vec{l}}{\rho dV} \times \vec{R}$$

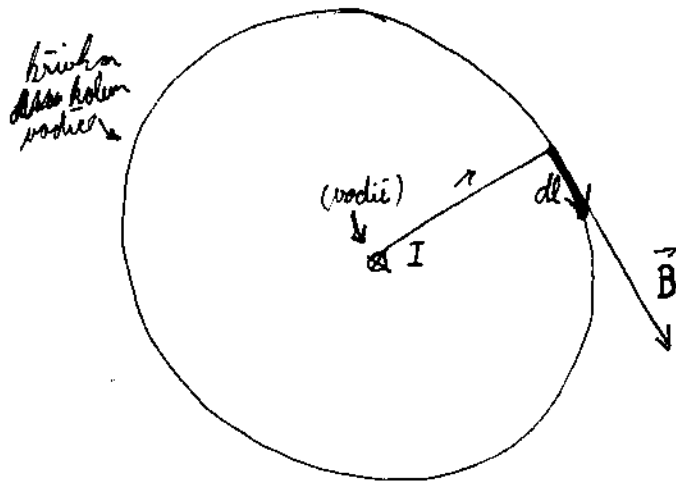
$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3}}$$

- umožní výpočet $\vec{B}(\vec{r})$ a rozložení proudů

Ampèreův zákon (pro vakuum)

- souvisí s cirkulací $\vec{B}$ po uzavřených křivkách

a) cirkulace po kružnici K



z. B.-S.(L.) zákona

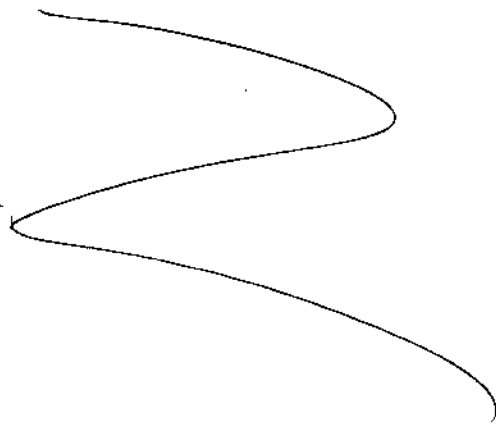
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(bez zdvojnásobě integrace)

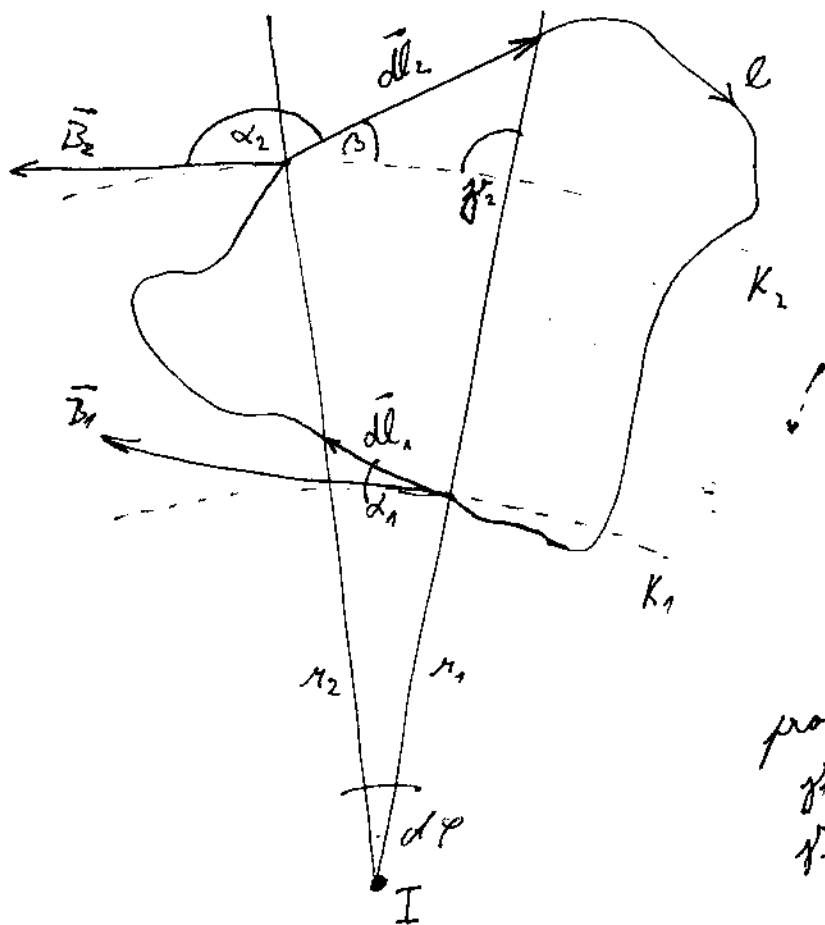
$$d\vec{l} \parallel \vec{B}$$

$$\text{sch: } \oint_{(K)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(K)} B dl = \oint_{(K)} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_{(K)} dl =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r = \underline{\mu_0 I}$$



b) irkulace po obecné křivce & neobepínající vodič



$$\oint (\vec{B} \cdot d\vec{\ell})$$

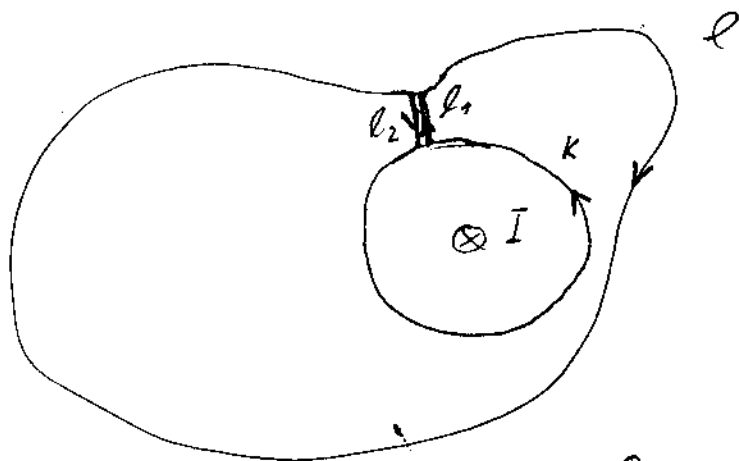
$$\vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \vec{B}_2 \cdot d\vec{l}_2 = B_1 dl_1 \cos \alpha_1 + B_2 dl_2 \cos \alpha_2 =)$$

$$\cos \alpha_2 = \cos(\pi - \beta) = \underbrace{\cos \pi}_{-1} \cos \beta + \underbrace{\sin \pi}_0 \sin \beta = -\cos \beta$$

$$\Rightarrow = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} \cancel{d\ell_1} \frac{dr_1}{dr_1} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} \cancel{d\ell_2} \frac{dr_2}{dr_2} = 0$$

- cirkulace $\vec{B}$ po obecné křivce neobepínající vodič je nulová

c)



$$\oint_{(K+l_1+l_2)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(K)} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \underbrace{\oint_{(l_1)} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \oint_{(l_2)} \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0} = 0 \dots \text{nepravíme vodič}$$

$$\Rightarrow \mu_0 I - \oint_{(K)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \oint_{(K)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Ampérův zákon pro vakuum
(zákon celkového proudu)
integrální tvar

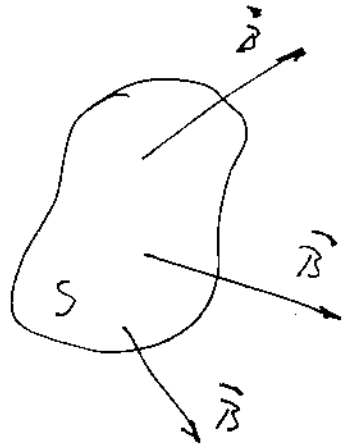
- Ampérův zákon v integrálním tvaru je velmi
vhodný k výpočtu $\vec{B}$ pro symetrické
případy

diferenciální tvar:

$$\iint_{(S)} \text{rot } \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{(S)} \mu_0 \vec{j} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Magnetický indukční tok

$$\Phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad ; \quad [\Phi] = \text{WB} \quad \text{Weber}$$



$$\oint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

zároveň experimentálně
~~získáno~~

mag. indukční
zákon
získáno

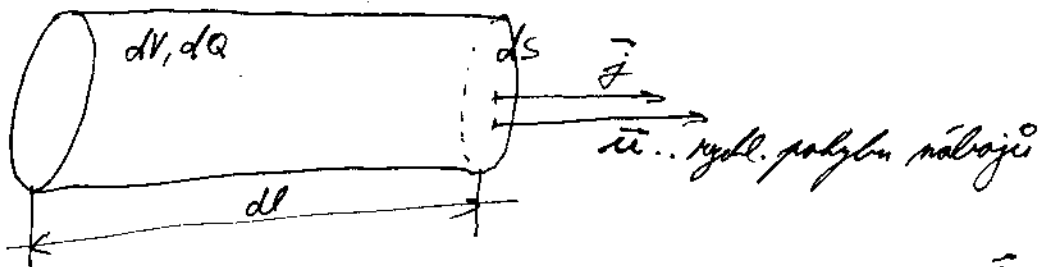
(dosud nebyl objeven mag. náboj)

diferenciální tvar

$$\iiint_{(V)} \text{div } \vec{B} dV = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{div } \vec{B} = 0}$$

mag. pole nemá zdroje

Síla působící na vodič v magnetickém poli



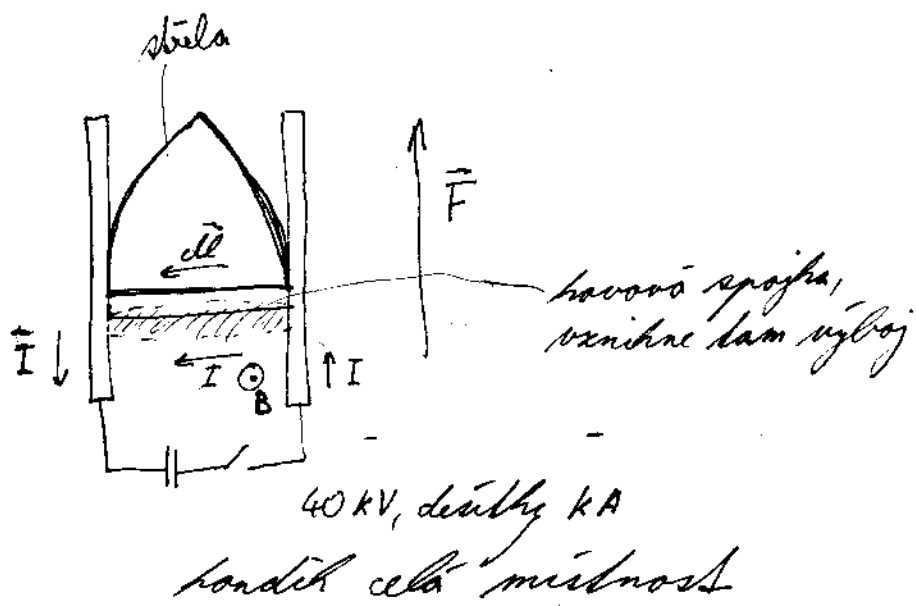
$$d\vec{F} = dQ \vec{v} \times \vec{B} = \oint dV \frac{\vec{I}}{S} \times \vec{B} = dV \frac{I}{dS} \cdot \frac{d\vec{S}}{dV} \times \vec{B} =$$

$$= I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$\Rightarrow$ celková síla

$$\boxed{\vec{F} = I \int d\vec{l} \times \vec{B}} \quad (1)$$

Elektromagnetické dělo



sady kytí přednáška

Indukčnost - statická definice

⋮

Indukčnost, dynamická definice

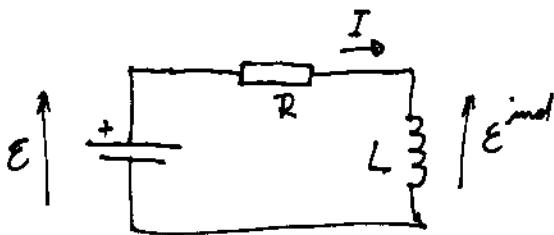
napětí indukované v i -té smyčce $\mathcal{E}_i^{\text{ind}}$

$$\mathcal{E}_i^{\text{ind}} = \frac{d\Phi_i}{dt} = - \sum_k L_{ik} \frac{dI_k}{dt}$$

pro jednu smyčku $\mathcal{E}^{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$

Energie mg. pole

RL obvod :



II. Kirchhoff.

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}^{\text{ind}} = RI$$

$$\mathcal{E} = RI + L \frac{dI}{dt} \quad | \cdot I$$

$$\boxed{\mathcal{E}I = RI^2 + LI \frac{dI}{dt}}$$

výkon
dodaný
zdrojem

tepelný
výkon

výkon na
kompensaci
změn Φ cívkou

energie mg. pole smyčky:

$$W_m = A = \int_0^I L I \frac{dI}{dI} dI = \underline{\underline{\frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \Phi I}}$$

Hustota energie mg. pole w_m

$$W_m = \iiint_{(V)} w_m(\vec{r}) dV$$

- ve vakuu

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} \vec{B} \cdot \vec{B}$$

komu máme věřit

- v magnetiku

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

Hustota energie elmag. pole - w

$$w = w_e + w_m$$

Maxwellovy rovnice

(umí je hádát!)

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \vec{j}_m \quad \text{Maxwellův posuvný proud}$$

$$\mu_0 \vec{j}_m = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

takhle ho M. zavedl
derivate podle času, větší při rychlejší změně - větší f
(významný až při vysokých frekvencích)

- pro průmyslové frekvence 50-60 Hz je j_m zanedbatelné
= kvazistacionární případ

první série Maxwellových rovnic

- a) diferenciální tvar

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

... Ampérův - Maxwellův zákon

b) integrální tvar

$$\oint_{(L)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \frac{d\Psi}{dt} ; \quad \Psi = \iint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

- a) dif. tvar

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

... Gaussův zák. pro el. pole

b) int. tvar

$$\oiint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

- druhá série Maxwellových rovnic

- a) dif. tvar

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \dots \text{Faradayova indukční zákon}$$

b) int. tvar

$$\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad ; \quad \Phi = \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- a) dif. tvar

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$\dots$ Gaussův zákon pro mag. pole

b) int. tvar

$$\oint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

zkouška

vyposledil-body 46; 53, 58