

Doc. Ing. Ivan Zemánek, CSc.

sběrná teorie obvodů, B2 / místnost 521

tel. 224 35 22 85

zemanek@feld.cvut.cz

lit.: Mikulec, Havlíček: Základy teorie obvodů 1

Čmejla, Havlíček, Zemánek: Záhl teorie obv 1 - cvičení

úspěšně absolvoování předmětu

kápočet - účast na cvičení (max 3 omluvená dylet)

přemně sprac. výsledky lab. cvičení v lab. deníku

zkouška - testy - praktický na předem cvičení (kvalitě kromě 1. a posledního cvic.)

- zkouškové testy - 2x na semestr (PPP v rozvrhu)

- zkoušková písemná

10 min, základy přednesení labky

0-2 body - max 10 bodů

8. a 12. týden

komplexní znalosti odevíčené labky

30 min, 0-15 bodů - max 30 b

10 den zkoušky

všechno

90 min, 0-60 bodů

(80; 100)

1

(65; 79)

2

(50; 64)

3

(0; 49)

neúspěšně

<http://pitbul.wz.cz>

1. ELEKTRICKÝ OBVOD

1.1 Úvod

Elmag. pole - vzniká působením elektr. nábojů a jejich pohybem

• Elektrostatické pole - klidový náboj Q [C]
(dielektrikum)

intenzita elektrického pole $\vec{E}$ [V.m⁻¹]

elektr. indukce $\vec{D}$ [C.m⁻²]

- " - indukční tok Ψ [C]

• Proudové pole - pohybující se náboj
(vodivé prostředí)

intenzita elektr. pole $\vec{E}$ [V.m⁻¹]

proudová hustota $\vec{J}$ [A.m⁻²]

el. proud I_i [A]

Mag. pole ... el. proud
váb. prostředí

int. mag. pole $\vec{H}$ [A.m⁻¹]

mag. indukce $\vec{B}$ [T]

mag. tok Φ [Wb]

existují Maxwellovy rovnice - popisují provázanost vel. složek
kvazistacionární pole

Elstat. proudová a mag. složka pole v obecném
případě souvazně a jim odpovídají 3 druhy energií

$W_e(\vec{D}, \vec{E})$, $W_{\text{mag.}}$ () W_m ()

W_e W_m
 $W_{\text{mag.}}$



El. obvod

- kvazistacionární případ elmag. pole

→ jednotlivé složky lze vzájemně oddělit

W_{el}

W_{m}

W_{m}

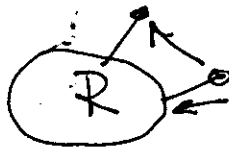
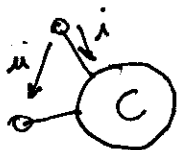
oddělení umožňuje

- definovat nové integr. veličiny
napětí
proud

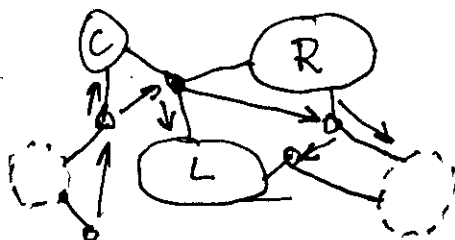
- definovat vhodné parametry složek pole
kapacita
odpor
induktivita

(v závislosti na geom. uspořád. a material. param.
prostředí)

⇒ jednodušší vyjádření energií složek pole



el. obvod



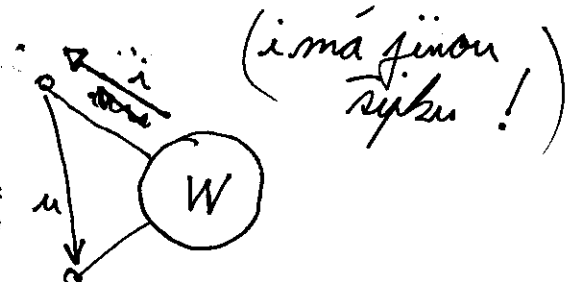
1.2 Obvodové veličiny

El. napětí ... u

El. proud ... i

Okamžitý výkon ... p

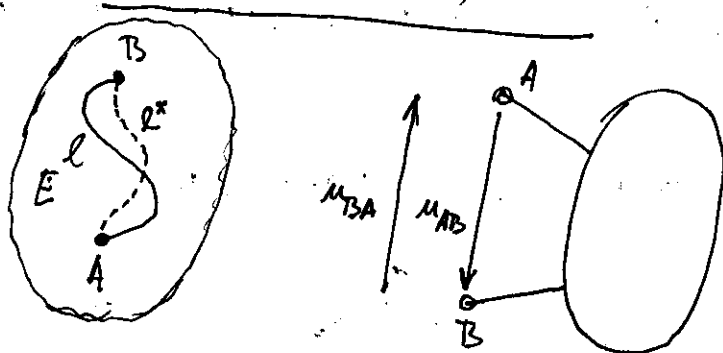
Elektrická energie ... W



El. napětí - práce intenzity elektr. pole potřebná k přenosu jednotkového náboje po dráze l mezi 2 body:

$$A = \int_{A(l)}^B F dl = \int_{A(l)}^B q E dl = q \int_{A(l)}^B E dl$$

$$u_{AB} = \frac{dA}{dq} = \int_{A(l)}^B E dl \quad [V; J, C]$$



$$u_{BA} = \int_{B(l)}^A E dl = - \int_{A(l)}^B E dl = -u_{AB}$$

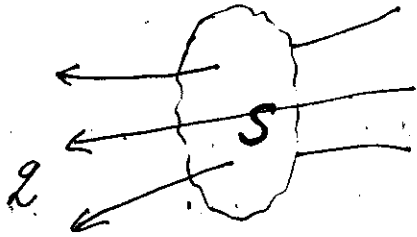
orientace šipky - v okamžicích kdy má u kladnou hodnotu

Elektrický proud

množství náboje prochávající průřezem S za jednotky času:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$[A; C, s]$$



proud teče ve směru kladných nábojů
šipka - orientace kdy. nabývá kl. hodnot

Okamžitý výkon

$$p(t) = \frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dq} \cdot \frac{dq}{dt}$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad [W; V, A]$$

Elektrická energie

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} u(t) \cdot i(t) dt \quad [J; V, A, s]$$

Obvodové veličiny

- deterministické

$$u(t) = f(t)$$

- stacionární

$$u(t) = U$$

- periodické

$$u(t) = u(t + mT) \quad \text{periodicky se opakuje}$$

- jednorázové (impulsní)

$$u(t) = \begin{cases} u(t) & t \in [t_1, t_2] \\ 0 & t \notin [t_1, t_2] \end{cases}$$

nežádný interval $t \notin [t_1, t_2]$

- nedeterministické (náhodné)

se řídí fci, jinak 0

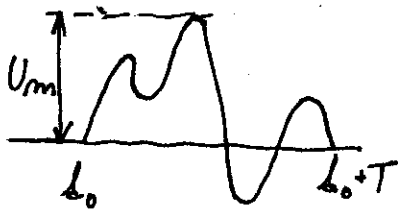
Periodické veličiny

$$u(t) = u(t + nT)$$

T ... perioda

$$f_0 = \frac{1}{T} \dots \text{opakovací frekvence [Hz]}$$

- Maximální hodnota U_m - maximální hladina v



max. záporná hodnota, které příbět nabývá
bereme jako kladné číslo

- Střední hodnota U_0 (stejnosečná složka)

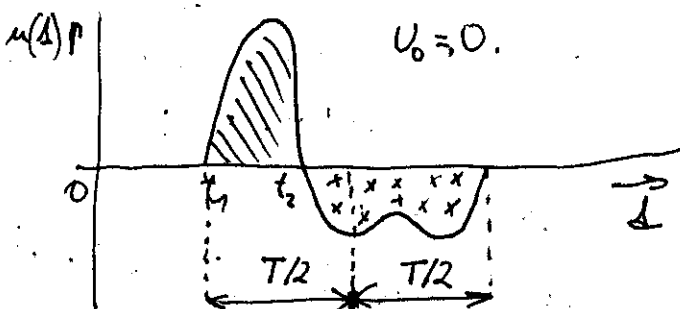
$$U_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) dt$$

střídavé veličiny ... $U_0 = 0$

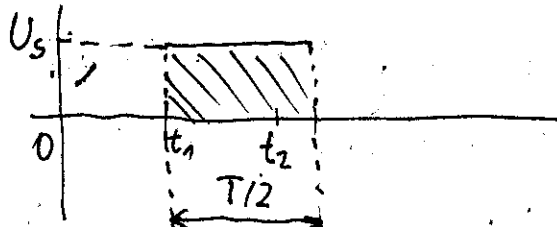
- Střední hodnota za půl periody U_s

$$U_s = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt$$

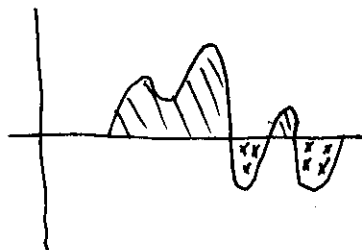
$$\left(\frac{2}{T} = \frac{1}{\frac{T}{2}} \right)$$



důležitá pro
magnetická měření



problém:



nastává, pokud
je více než 2 průchody
nulou za periodu

- Aritmetická střední hodnota U_{sa}

$$U_{sa} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |u(t)| dt$$

střední hodnota dvojnásobně usměrněného průběhu

- Efektivní hodnota U (U_{eff}, U_{RMS})

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)^2 dt}$$

stejně elektrostatické účinky jako ekv. =

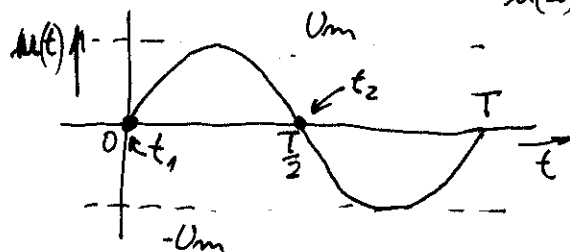
Poměrné čísel

číslo plnění $k_p = \frac{U_s}{U_m}$

číslo výšky $k_v = \frac{U_m}{U}$

číslo tvaru $k_t = \frac{U}{U_s}$

př.:



$$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad [s^{-1}]$$

úhlová frekvence

$$-t_0 \dots \varphi$$

$$\varphi = \omega_0 t_0$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t)$$

$$\begin{aligned} U_0 &= 0 \\ U_s &= \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin(\omega_0 t) dt = \frac{2}{T} U_m \frac{1}{\omega_0} [-\cos(\omega_0 t)]_0^{\frac{T}{2}} = \\ &= \frac{2U_m}{\omega_0 T} [-\cos(\omega_0 \frac{T}{2}) + \cos 0] = \frac{2U_m}{\pi} = U_{sa} \dots \text{ kde } \end{aligned}$$

vychází stejně

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \sin^2(\omega_0 t) dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} U_m^2 \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega_0 t)}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} U_m^2 \frac{1}{2} [t]_0^T} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2}} =$$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

*výsledky
platí jen pro harmonický signál!*

$$k_p = \frac{U_s}{U_m} = \frac{\frac{2U_m}{\pi}}{U_m} = \frac{2}{\pi}$$

$$k_u = \frac{U_m}{U} = \frac{U_m}{\frac{U_m}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$k_t = \frac{U}{U_s} = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2U_m}{\pi}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,107$$

*přesbaji vypočítány v
efekt. hodn. přepočtených
podle lokality - platí jen
pro harm. průběh*

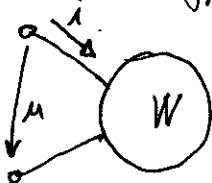
1.3 Obvodové prvky

pasivní - nejsou zdroj energie
aktivní - dodávají & do obvodu

dvojpolý - 2 svorky
vícepolý

lineární
nelineární

Pasivní dvojpolý

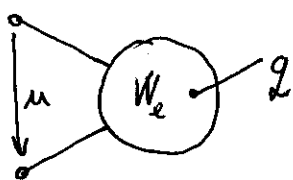


!!! spotřebičová orientace u, i
podle toho všechny vztahy

Kapacitor

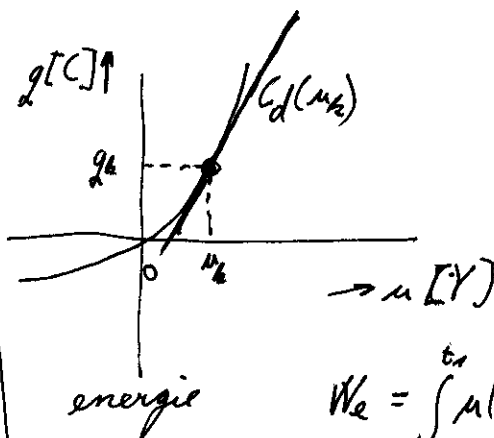
(pracujeme s ideálními prvky)

prvek charakterizovaný
voltcoulombová charakteristika (VC-char.)



$$q = f(u)$$

energetická veličina -
napětí rozhoduje
o okamžité energ.
na kapacitoru,
je spojitá



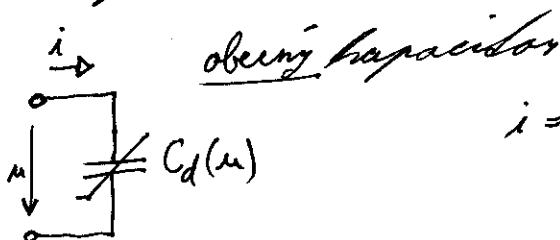
$$W_e = \int_{t_0}^{t_1} u(t) \cdot i(t) dt$$

$$W_e = \int_{q(t_0)}^{q(t_1)} u(q) dq = \int_0^{q_k} u(q) dq$$

• diferenciální kapacita

$$C_d(u) = \frac{dq}{du} \quad [F; C, V]$$

napětí → proud



$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{du} \cdot \frac{du}{dt}$$

$$i = C_d(u) \cdot \frac{du}{dt}$$

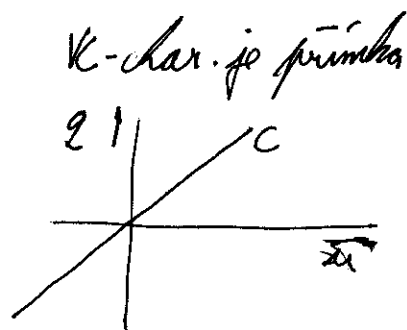
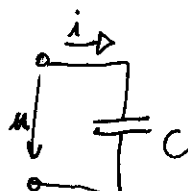
Lineární kapacitor

$$q = C \cdot u \quad C \dots \text{kapacita} \quad [F]$$

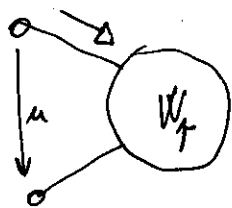
$$W_e = \int_0^{q_k} u(q) dq = \dots = \frac{1}{2} C u_k^2$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$u = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + u_e(0)$$



Resistor

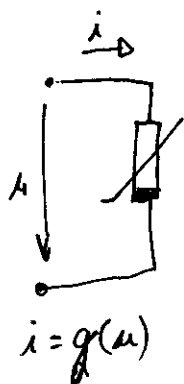


prvek, ve kterém dochází k přeměně energie na teplo (nevrátí se)

voltampérová charakt. (VA-char)

$$i = g(u)$$

$$u = g^{-1}(i) = f(i)$$



okruž. rez.

- okamž. výkon

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

- energie (přeměněná v teplo)

$$W_p = \int_{t_0}^{t_1} u(t) i(t) dt$$

Lineární resistor

VA - lineární vztah

G - vodivost [S]

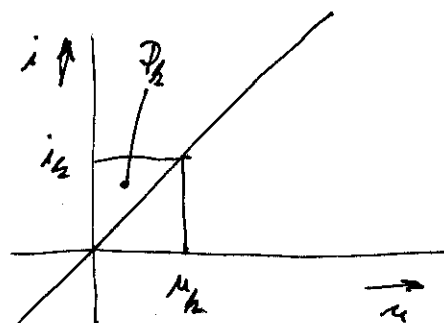
$$\frac{1}{G} = R \text{ odpor } [\Omega]$$

$$p(t) = Ri^2(t) = Gu^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

Ohmův zákon - platí u lineár. resistoru

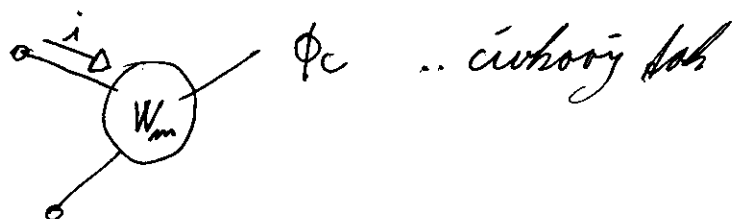
$$i(t) = G \cdot u(t) = \frac{1}{R} \cdot u(t)$$

$$u(t) = R \cdot i(t)$$



Induktor

má pouze indukčnost



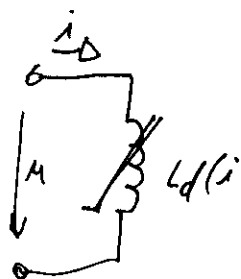
ampérweberová charakt. (AWB-char.)

$$\Phi_c = N \cdot \phi = f(i)$$

energetická vel. - proud

diferenciální indukčnost

$$L_d(i) = \frac{d\Phi_c}{di} \quad [H; Wb, A]$$



$$u = \frac{d\Phi_c}{dt} = \frac{d\Phi_c}{di} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$u = L_d(i) \cdot \frac{di}{dt}$$

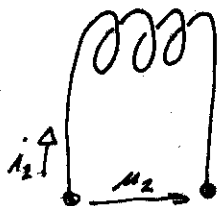
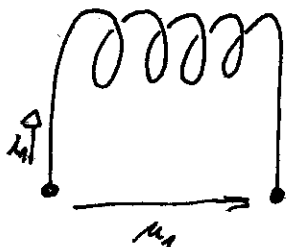
Lineární induktor

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau + i_L(0)$$

$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

podívá se ve skriptech na inverzní vztahy



$$i_2 = 0$$

$$i_1 \neq 0$$

prąd protékający cewką 1 ^{jako zmiana} ^{wytwarza}
w drugiej cewce indukowaną napięciem μ_2

$$\Phi = \iint \vec{B} d\vec{S}$$

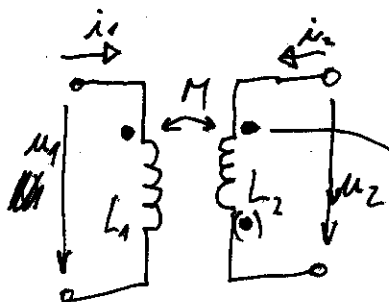
$$\Phi = B \cdot S$$

homogenne pole

$$L = \frac{\Phi_c}{I}$$

$$\Phi_c = \sum_{k=1}^N \Phi_k \quad \text{.. cewkowy solenoid}$$

gdzie mag. sol. przechodzi przez
kewidy, $\Phi_c = N \cdot \Phi$
počet kwičků



$$M = \kappa \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\kappa \in \langle 0, 1 \rangle$$

záčátek vinutí
gdye řádky jinde, platí (-)

$\kappa = 1$ nelze v praxi
dosáhnout

$$\Phi_{c1} = \Phi_{c11} + \Phi_{c12}$$

$$= L_1 i_1 (\pm) M i_2$$

podle toho, zda se m. soly
podporují nebo láčvidují

$$\Phi_{c2} = \Phi_{c21} + \Phi_{c22}$$

$$= M i_1 + L_2 i_2$$

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} (\pm) M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} (\pm) M \frac{di_1}{dt}$$

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} \mu_1 & \pm M \\ \mu_2 & L_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 & \pm M \\ \pm M & L_2 \end{vmatrix}} = \mu_1 \frac{L_2}{L_1 L_2 - M^2} \overset{\Gamma_1}{\underset{(-)}{+}} \mu_2 \frac{-M}{L_1 L_2 - M^2} \overset{\Gamma_H}{\dots} \text{inverzní indukčnost vzájemná}$$

$$\frac{di_2}{dt} = \mu_2 \frac{L_1}{L_1 L_2 - M^2} \overset{\Gamma_2}{\underset{(-)}{+}} \mu_1 \frac{-M}{L_1 L_2 - M^2} \overset{\Gamma_H}{\dots}$$

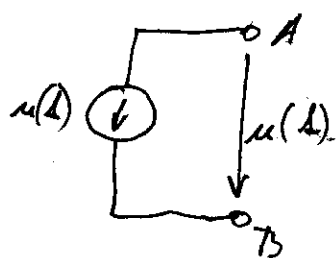
$$i_1 = \Gamma_1 \int_0^t \mu_1(\tau) d\tau \pm \Gamma_H \int_0^t \mu_2(\tau) d\tau + i_{L1}(0)$$

$$i_2 = \Gamma_2 \int_0^t \mu_2(\tau) d\tau \pm \Gamma_H \int_0^t \mu_1(\tau) d\tau + i_{L2}(0)$$

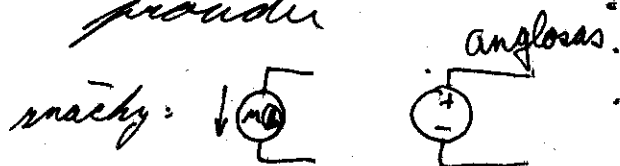
100

Zdroj napětí

ideální



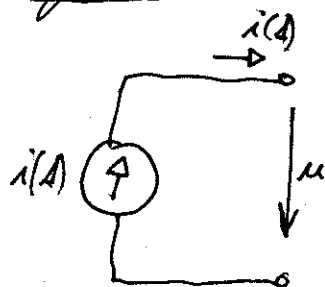
napětí nezávisí na odebraném proudu



$$u(t) \neq f(i)$$

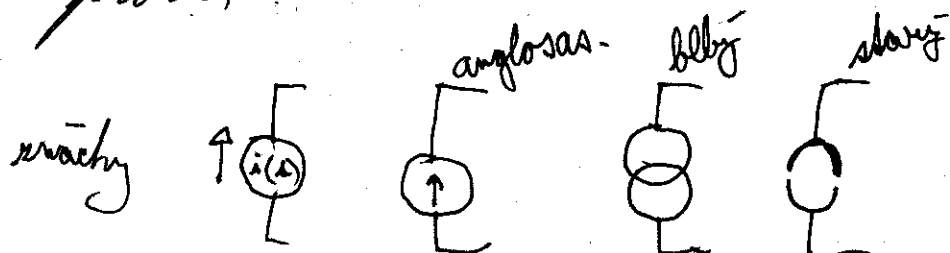
Zdroj proudu

ideální

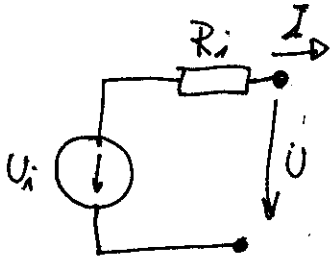
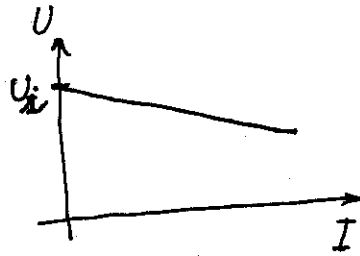
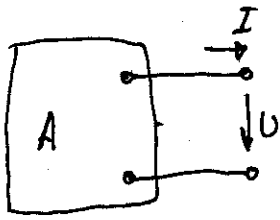


$$i(t) \neq f(u)$$

nezávisle na napětí dodává stejný proud



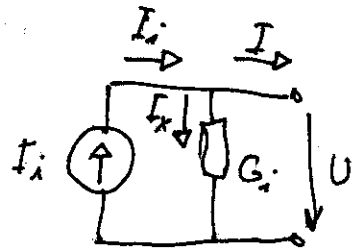
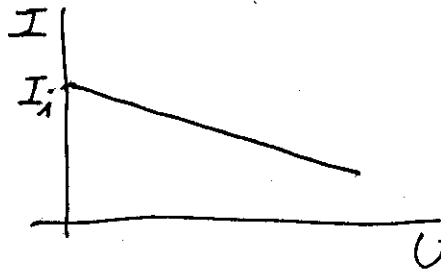
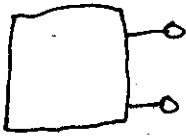
skutečný zdroj U - lineární



$$U = U_i - U_{R_i} = U_i - R_i \cdot I$$

$U_i = U_p$.. napětí naprázdno

zdroj I

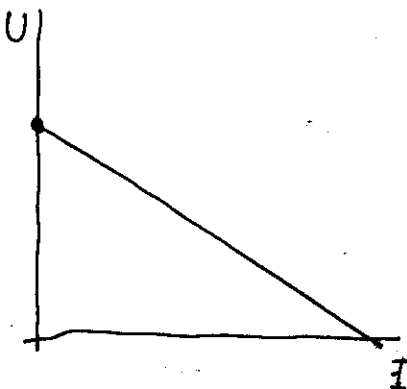


$I_i = I_h$.. proud nabíječky

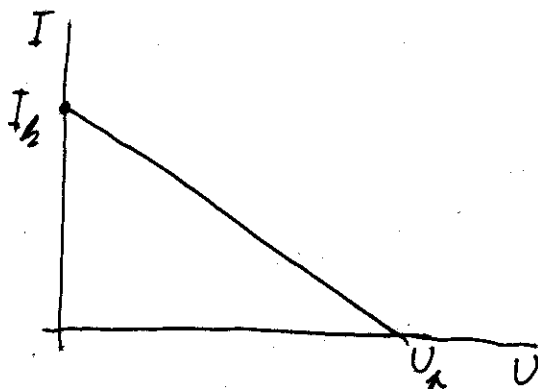
$$I = I_i - I_x$$

$$= I_i - U \cdot G_i$$

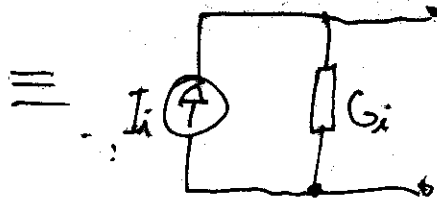
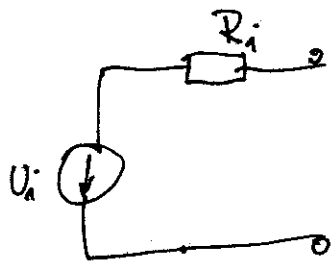
zdroj U



zdroj I



~~ještě~~ skutečné zařízení se chová jako zdroj U nebo zdroj I podle objektivních okolností



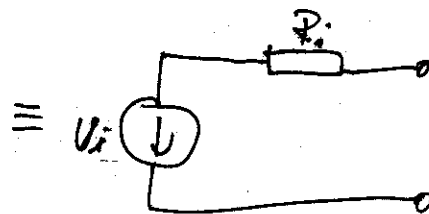
$$U_i = R_i \cdot I_i$$

$$R_i = \frac{1}{G_i}$$

je možná záměna zdrojů skut. zdrojů

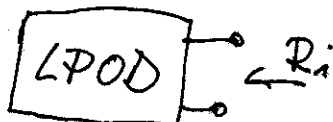
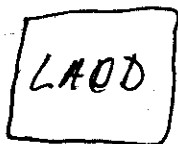
Théveninův výmysel - obecně

lineární aktivní
odporový dvojpól



v obvodu bez řízených zdrojů

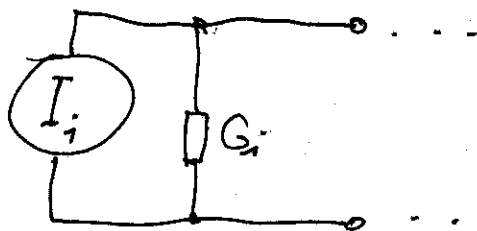
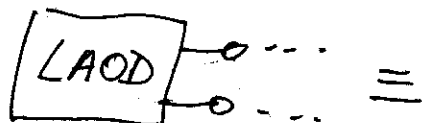
$$U_i = U_p \quad R_i = \frac{U_p}{I_k}$$



ideální zdroje
napětí nahradíme
zkratkou

zdroje proudu zkradujeme a odstraníme

pro Norton
obecně



bez říz. zdrojů

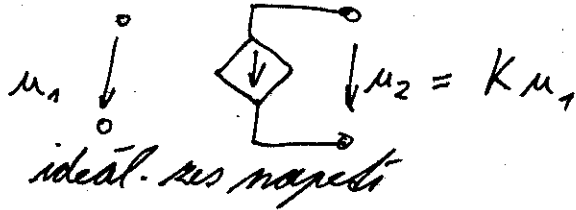


$$I_i = I_k$$

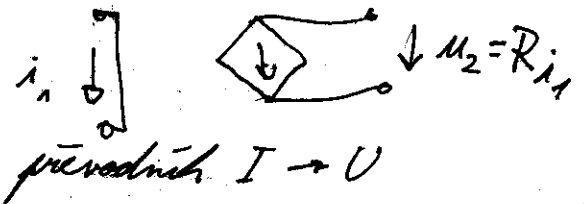
$$G_i = \frac{I_k}{U_p}$$

Řízení zdroj
např. zesilovač ...
základní k. z.

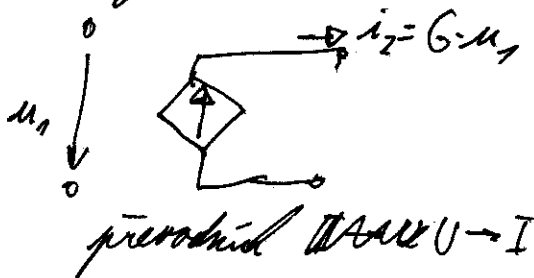
zdroj U řízen U



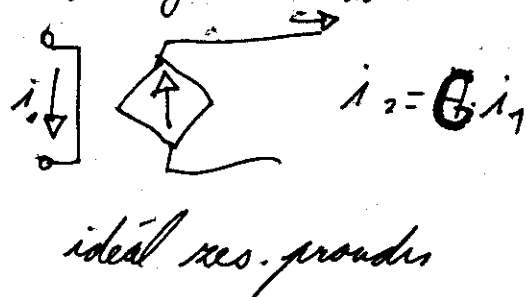
zdroj U řízen I



zdroj I řízen U



zdroj I řízen I



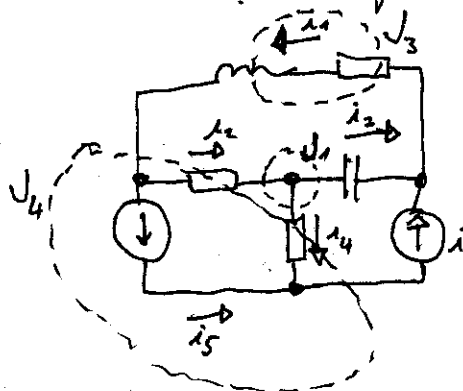
1.4 Kirchhoffovy zákony

1. K. zákon

Součet všech proudů v uzlu^(uzlu) je roven nule

$$\Sigma i = 0$$

uzel - vodič spojení dvou a více prvků
řez - obkroží více uzlů



uzel $\downarrow_1 : i_3 + i_4 - i_2 = 0$

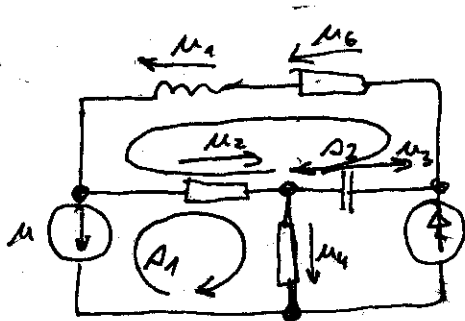
řez $\downarrow_4 : i_2 - i_4 - i_1 + i = 0$

$\downarrow_3 : i_1 - i_1 = 0$

2. K. zákon

Součet všech napětí ve smyčce je roven nule

$$\boxed{\sum \mu = 0}$$

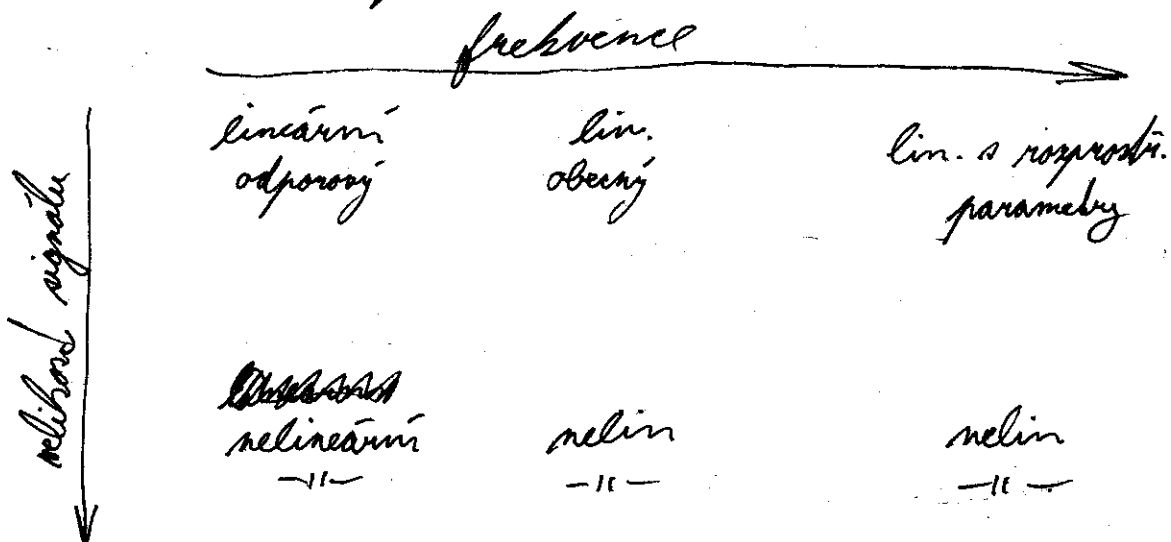


směr počítání určuje
orientaci smyčky

$$S_1: \mu_2 + \mu_4 - U = 0$$

$$S_2: -\mu_1 - \mu_6 - \mu_3 - \mu_2 = 0$$

1.5 Elektrický obvod - model



voli se vhodný model, kompromis mezi
složitostí modelu a realitou

2. Lineární odporové obvody

2.1 Lineární odporový obvod

model el. zařízení při relativně malých
a relativně pomalých změnách obvodových
veličin (zavádí určitě nepřesnosti - to nás ale nezahájí)

$$u(t) \in \langle U_1, U_2 \rangle, \quad i(t) \in \langle I_1, I_2 \rangle$$

$$\frac{du}{dt} \rightarrow 0, \quad \frac{di}{dt} \rightarrow 0$$

speciální případ

stacionární ustálený stav (S.U.S.)

$$u(t) = U, \quad i(t) = I$$

$$\frac{du}{dt} = 0, \quad \frac{di}{dt} = 0$$

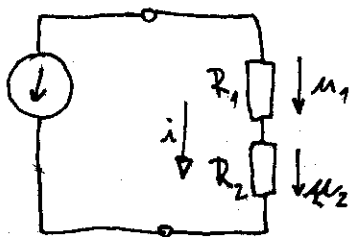
Lineární odporový obvod

- lineární rezistory
- nezávislé zdroje
- lineárně řízené zdroje

2.2. Elementární metody analýzy

- jednoduché postupy pro jednoduché obvody
- není třeba sestavovat obvodové rovnice!

- Dělení napětí (odporový)



$$R = R_1 + R_2$$

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

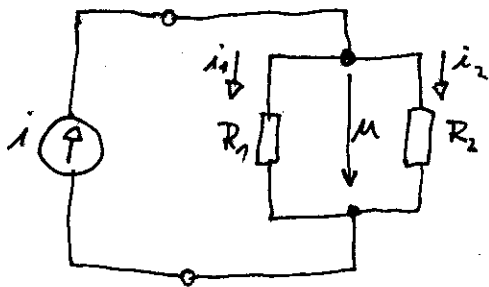
$$i = \frac{U_1}{R_1} \quad , \quad i = \frac{U_2}{R_2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U = U_1 + U_2$$

- Dělení proudu (odporový)



$$G = G_1 + G_2$$

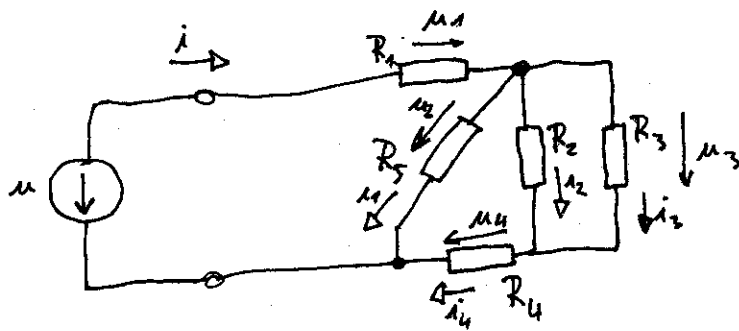
$$U = i \cdot \frac{1}{G} = \frac{i}{G_1 + G_2}$$

$$U = i_1 \cdot \frac{1}{G_1} \quad , \quad U = i_2 \cdot \frac{1}{G_2}$$

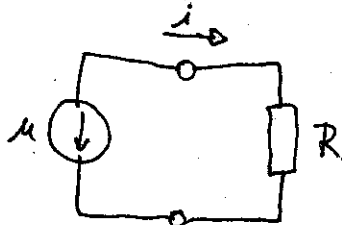
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{i_1}{i} = \frac{G_1}{G} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Metoda postupného zjednodušovania



postupným slučovaním sériové a paralelné zapojených obvodov vznikne elementárny obvod



$$i = \frac{U}{R} \Rightarrow U_1, U_2, \dots$$

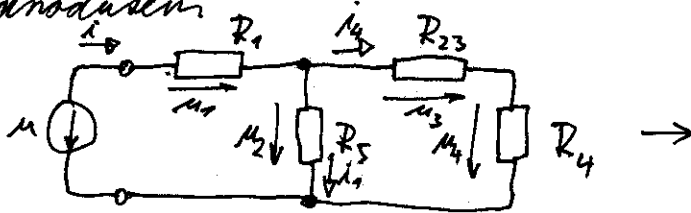
postupne dopocítavame napätia a prúdy (tieto napätia, prúdy a Ohmovo zákon)

$$U(t) = U = 10 \text{ V}$$

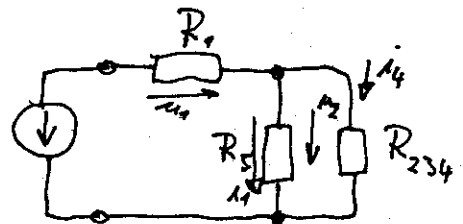
$$R_1 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = R_2 = R_3 = 2 \text{ k}\Omega$$

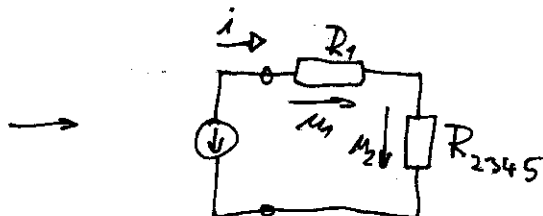
1. zjednodušenie



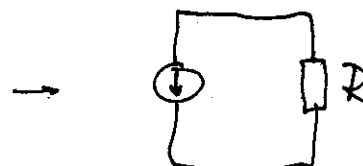
$$R_{23} = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1 \text{ k}\Omega$$



$$R_{234} = R_{23} + R_4 = 2 \text{ k}\Omega$$



$$R_{2345} = \frac{R_5 R_{234}}{R_5 + R_{234}} = 1 \text{ k}\Omega$$



$$R = R_1 + R_{2345} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$i = \frac{\mu}{R} = \frac{10}{2 \cdot 10^3} = 5 \text{ mA}$$

$$\mu_1 = R_1 i = 5 \text{ V} \quad \mu_2 = R_{2345} \cdot i = 5 \text{ V}$$

$$i_1 = \frac{\mu_2}{R_5} = \frac{5}{2 \cdot 10^3} = 2,5 \text{ mA}$$

$$i_4 = \frac{\mu_2}{R_{234}} = \frac{5}{2 \cdot 10^3} = 2,5 \text{ mA}$$

$$\mu_3 = R_{23} i_4 = 2,5 \text{ V}$$

$$\mu_4 = R_4 i_4 = 2,5 \text{ V}$$

$$i_2 = \frac{\mu_3}{R_2} = 1,25 \text{ mA}$$

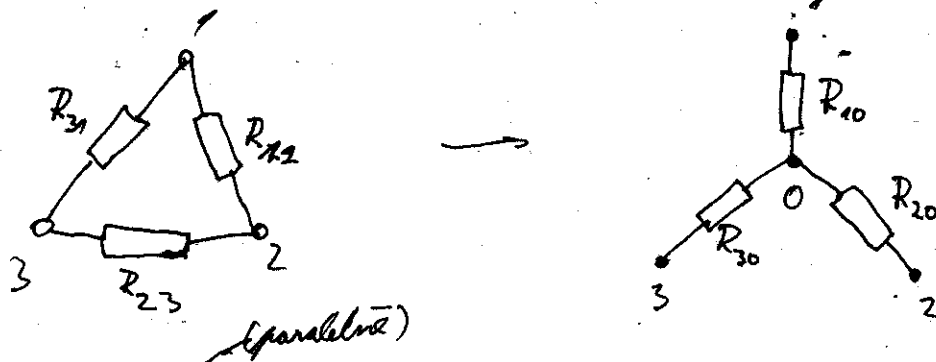
$$i_3 = \frac{\mu_3}{R_3} = 1,25 \text{ mA}$$

Transfigurace

náhrada jistého seskupení obvodových prvků, které nekteré zjednoduší pravidly o sériování a paralelání, jiným seskupením

Nové seskupení musí mít n hlediska všech svých ~~výstupů~~ svork stejně vlastnosti jako seskupení původní!!

např. Transfigurace „projížděná“ - „hvězda“



$$R_{31} \parallel (R_{12} + R_{23}) = R_{40} + R_{30}$$

podobně obíhající 3ree cyklickou, kaménou indexů

$$R_{10} = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

inverzně

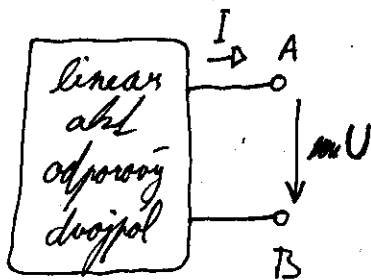
$$G_{12} = \frac{G_{10} G_{20}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

$$G_{23} = \frac{G_{20} G_{30}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

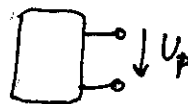
$$G_{31} = \frac{G_{30} G_{10}}{G_{10} + G_{20} + G_{30}}$$

Věty o náhradních zdrojích

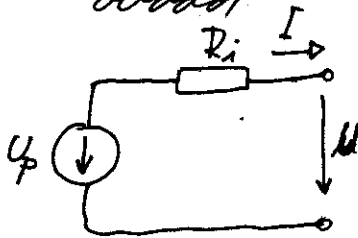
(důležitý, hlavně
pro zkoušku)



(zdrojová orientace)

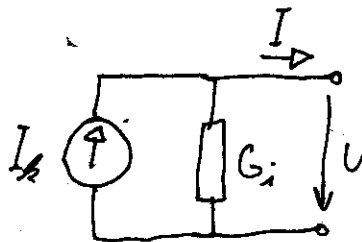


Theveninův náhr.
obvod



$$R_i = \frac{U_p}{I_k}$$

Nortonův náhr. obvod



$$G_i = \frac{I_k}{U_p}$$

Princip superpozice (nezávis. působení zdrojů)

k lineárnímu obvodu připojeno více zdrojů

3.3 Symbolická - komplexní metoda

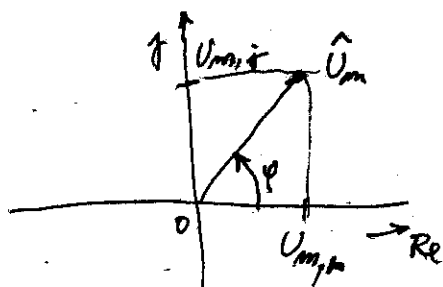
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Euler:
$$\begin{aligned} e^{jx} &= \cos x + j \sin x \\ \sin x &= \operatorname{Im}\{e^{jx}\} \end{aligned}$$

$$u(t) = U_m \operatorname{Im}\{e^{j(\omega t + \varphi)}\} = \operatorname{Im}\left\{ \underbrace{U_m e^{j\varphi}}_{\hat{U}_m} \cdot e^{j\omega t} \right\}$$

$$\hat{U}_m = \underbrace{U_m}_{\text{modul}} e^{j\underbrace{\varphi}_{\text{fáze}}} = U_m (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \boxed{U_m \cos \varphi} + j \boxed{U_m \sin \varphi}$$

exponenciální tvar



$$\begin{aligned} U_m &= \sqrt{U_{m, \text{Re}}^2 + U_{m, \text{j}}^2} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{U_{m, \text{j}}}{U_{m, \text{Re}}} \end{aligned}$$

pozor na kvadrant
 $\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{m, \text{j}}}{U_{m, \text{Re}}}$

$\frac{+}{-}$	$\frac{+}{+}$
$\frac{-}{-}$	$\frac{-}{+}$

$$U_{m, \text{Re}} = U_m \cdot \cos \varphi$$

$$U_{m, \text{j}} = U_m \cdot \sin \varphi$$

sčítání, odčítání - složkový tvar

$$\hat{A} = A_r + jA_j \quad \hat{B} = B_r + jB_j$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \underbrace{A_r + B_r}_{C_r} + j \underbrace{(A_j + B_j)}_{C_j}$$

násobení, dělení - exponenciální tvar

$$A e^{j\varphi_A}, \quad B e^{j\varphi_B}$$

$$\hat{D} = \hat{A} \cdot \hat{B} = \underbrace{AB}_D \cdot e^{j(\varphi_A + \varphi_B)}$$

$$\hat{E} = \frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \underbrace{\frac{A}{B}}_E \cdot e^{j(\varphi_A - \varphi_B)}$$

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

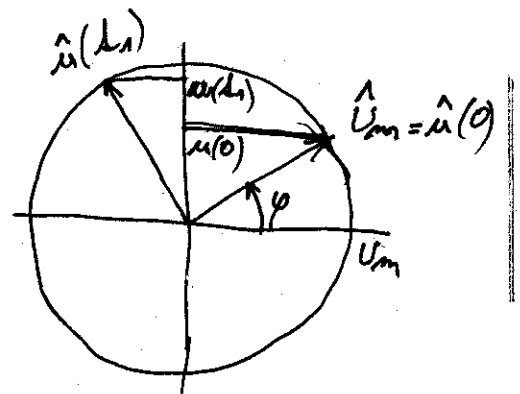
$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

fázor $\hat{U}_m = U_m e^{j\varphi}$, modul je amplituda

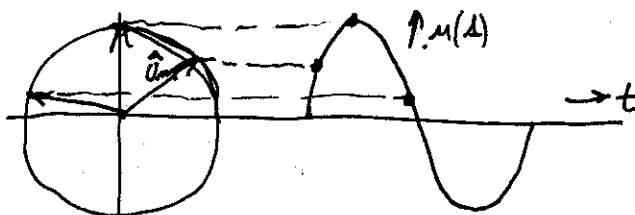
plně popisuje harm. ustálený stav

rotující jednotka $e^{j\omega t}$

rotující fázor $\hat{u}(t) = \hat{U}_m \cdot e^{j\omega t}$



$$u(t) = \text{Im} \{ \hat{U}_m \cdot e^{j\omega t} \} = \text{Im} \{ \hat{u}(t) \}$$



fázor lze definovat také

$$\hat{U} = U e^{j\varphi} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = \frac{\hat{U}_m}{\sqrt{2}}$$

$$u(t) = \text{Im} \{ \hat{U}_m e^{j\omega_0 t} \} = \text{Im} \{ \sqrt{2} \cdot \hat{U} e^{j\omega_0 t} \}$$

↳ zde musí být max hodnota

Fázor je produktem transformace:

$$u(t) \rightarrow \hat{U}_m$$

T. přiřazuje jistému originálu (předmětu) f obraz F .

$$f \rightarrow F$$

originál
 $f(t)$

obraz
 $F(\omega)$

časová oblast
 t - čas [s]

frekvenční oblast
 ω - kruhová frekvence [s^{-1}]

signál
 $f(t)$

spektrum
 $F(\omega)$

zpětná transformace
 $f(t) = T^{-1} \{ F(\omega) \}$

transformace
 $F(\omega) = T \{ f(t) \}$

H. U. S.

harmonický signál
 $u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$u(t) = \text{Im} \{ \hat{U}_m e^{j\omega_0 t} \}$$

fázor

$$\hat{U}_m$$

↓
jednobodové spektrum

$$\hat{U}_m = U(\omega_0) = \text{konst.}$$

transformace

$$\hat{U}_m = U_m e^{j\varphi}$$

3.4 Početní operace s fázory

některé operace

$$u_1(t) \otimes u_2(t)$$

↑

lineární operace
(nemění frekvenci ω)

~~$K \cdot u_1(t)$~~

násobení konstantou

$$K \cdot u_1(t)$$

sčítání, (odčítání)

$$u_1(t) + u_2(t)$$

derivace

$$\frac{du_1}{dt}$$

integrál

$$\int u_1 dt$$

některé jednoduché operace

$$\hat{U}_{m1} * \hat{U}_{m2}$$

↑

???

násobení konstantou

$$K \cdot \hat{U}_{m1}$$

sčítání (odčítání)

$$\hat{U}_{m1} + \hat{U}_{m2}$$

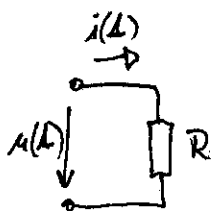
násobení $j\omega$

$$j\omega \cdot \hat{U}_{m1}$$

dělení $j\omega$

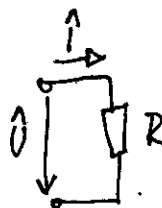
$$\frac{1}{j\omega} \cdot \hat{U}_{m1}$$

3.5 Impedance



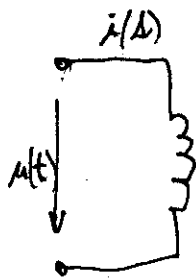
$$u(t) = R i(t)$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R}$$



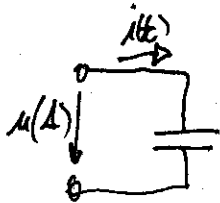
$$\hat{U} = R \hat{I}$$

$$\hat{I} = \frac{1}{R} \hat{U}$$



$$u(t) = L \frac{di}{dt}$$

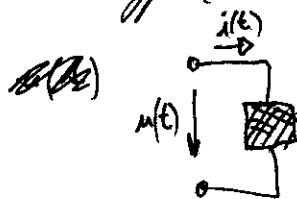
$$i(t) = \frac{1}{L} \int u \, dt$$



$$u(t) = \frac{1}{C} \int i \, dt$$

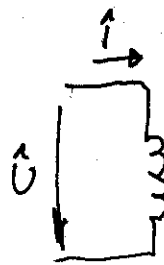
$$i(t) = C \frac{du}{dt}$$

obecný dvojpól



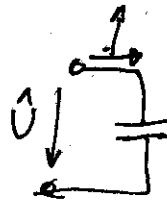
$$u(t) = f(i(t))$$

$$i(t) = f^{-1}(u(t))$$



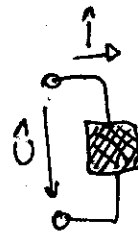
$$\hat{U} = j\omega_0 L \hat{I}$$

$$\hat{I} = \frac{1}{j\omega_0 L} \hat{U}$$



$$\hat{U} = \frac{1}{j\omega_0 C} \hat{I}$$

$$\hat{I} = j\omega_0 C \hat{U}$$



$$\hat{U} = \hat{Z} \cdot \hat{I}$$

$$\hat{I} = \frac{1}{\hat{Z}} \hat{U}$$

Impedance

Impedance

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} \quad [\Omega]$$

Admittance

$$\hat{Y} = \frac{1}{\hat{Z}} = \frac{\hat{I}}{\hat{U}} \quad [S]$$

Impedance

$$\hat{Z} = Z e^{j\varphi} = R + jX$$

- modul impedance $Z = |\hat{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$

- úhel impedance $\varphi = \arg\{\hat{Z}\} = \arctg\left(\frac{X}{R}\right)$ - kladná

$$\hat{Z}_L = j\omega_0 L = jX_L - \text{kladná}$$

$$\hat{Z}_C = \frac{1}{j\omega_0 C} = -j\frac{1}{\omega_0 C} = j\left(-\frac{1}{\omega_0 C}\right) = jX_C$$

musí byť $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ krajový

- resistance $R = \operatorname{Re}\{\hat{Z}\}$

- reactance $X = \operatorname{Im}\{\hat{Z}\}$

Admittance

$$\hat{Y} = Y e^{j\varphi} = G + jB$$

- modul admittance $Y = |\hat{Y}| = \sqrt{G^2 + B^2}$

- úhel admittance $\varphi = \arg\{\hat{Y}\} = \arctg\left(\frac{B}{G}\right)$

- conductance $G = \operatorname{Re}\{\hat{Y}\}$

- susceptance $B = \operatorname{Im}\{\hat{Y}\}$

$$\hat{Y} = \frac{1}{\hat{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = Y e^{j\varphi}$$

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$\varphi = -\varphi$$

$$\begin{aligned}\hat{Y} = G + jB &= \frac{1}{\hat{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)} \\ &= \frac{R - jX}{R^2 + X^2}\end{aligned}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

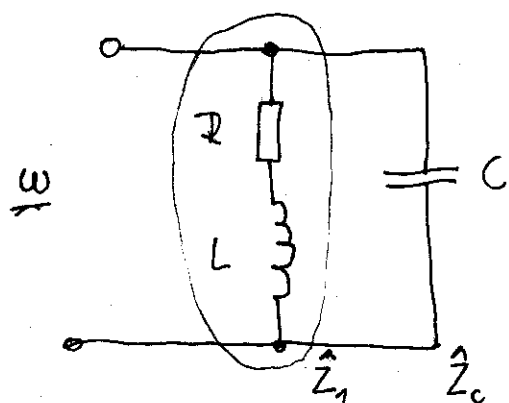
$$B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

test - C operace

Impedance kábl. obvodových prvků

prvek	$\hat{Z}$	$\hat{Y}$
rezistor	R	$\frac{1}{R}$
induktor	$j\omega_0 L$	$\frac{1}{j\omega_0 L}$
kapacitor	$\frac{1}{j\omega_0 C}$	$j\omega_0 C$

21



$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C = 0,5 \mu\text{F}$$

$$L = 3 \text{ H}$$

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$$

$$\hat{Z} = \frac{\hat{Z}_1 \cdot \hat{Z}_c}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_c} =$$

$$= \frac{3162 e^{j1,249} \cdot 2000 e^{-j\frac{\pi}{2}}}{1000 + j3000 - j2000} =$$

$$= \frac{3162 e^{j1,249} \cdot 2000 e^{-j\frac{\pi}{2}}}{1000 + j1000}$$

$$= \frac{3162 e^{j1,249} \cdot 2000 e^{-j\frac{\pi}{2}}}{1000 \sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}}} =$$

$$= 4472 e^{-j1,107} [\Omega] = 4472 (\cos(-1,107) + j \sin(-1,107)) =$$

$$= 2000 - j4000 [\Omega]$$

$$\hat{Z}_1 = R + j\omega L = 1000 + j3000 [\Omega]$$

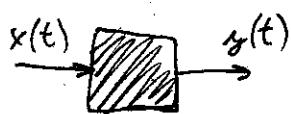
$$= \sqrt{1000^2 + 3000^2} \cdot e^{j \arctan \frac{3000}{1000}} =$$

$$= 3162 e^{j1,249} [\Omega]$$

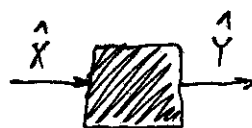
$$\hat{Z}_c = \frac{1}{j\omega C} = -j2000 [\Omega]$$

$$= 2000 e^{-j\frac{\pi}{2}} [\Omega]$$

3.6 Přenos



$$y(t) = f(x(t))$$



$$\hat{y} = \hat{p} \cdot \hat{x}$$

Přenos

$$\hat{p} = \frac{\hat{y}}{\hat{x}}$$

poměr výkonů
vstupní a výstupní
veličiny

$$\text{Gr.: } \hat{p}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} \quad [-]$$

$$\hat{p}_I = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1} \quad [-]$$

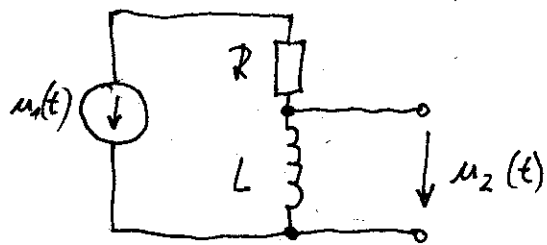
$$\hat{p}_{UI} = \frac{\hat{U}_2}{\hat{I}_1} \quad [\Omega]$$

$$\hat{p}_{IU} = \frac{\hat{I}_2}{\hat{U}_1} \quad [S]$$

3.7 Elementární metody analýzy vix odporové obvody

odporový obvod	obecný obvod v H.U.S.
$u(t)$	$\hat{U}_m(\hat{U})$
$i(t)$	$\hat{I}_m(\hat{I})$
R	$\hat{Z}$
G	$\hat{Y}$

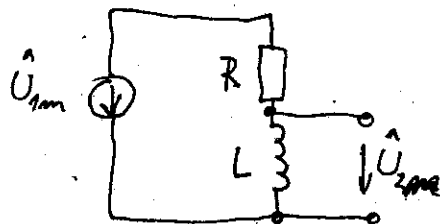
Pr



$$R = 1000 \Omega$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$u_1(t) = 100 \sin(1000t) \text{ [V]}$$



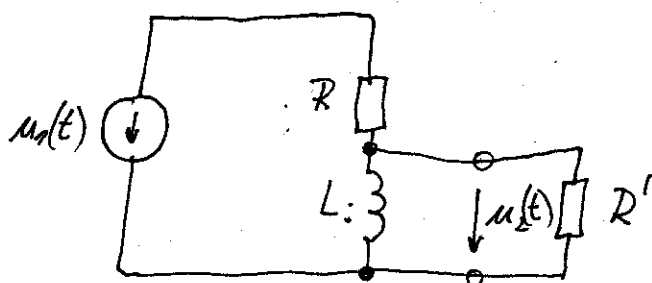
$$\hat{U}_{1rm} = 100 \text{ [V]}$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_U &= \frac{\hat{U}_{2rm}}{\hat{U}_{1rm}} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \\ &= \frac{j1000}{1000 + j1000} = \frac{1000 e^{j\frac{\pi}{2}}}{1000\sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}}} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}}}} \end{aligned}$$

$$\underline{u_2(t) = \frac{100}{\sqrt{2}} \sin(1000t + \frac{\pi}{4}) \text{ [V]}}$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{2rm} &= \hat{P}_U \cdot \hat{U}_{1rm} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot 100 = \\ &= \underline{\underline{\frac{100}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} \text{ [V]}}} \end{aligned}$$

Pr



$$R = 1000 \Omega$$

$$L = 1 \text{ H}$$

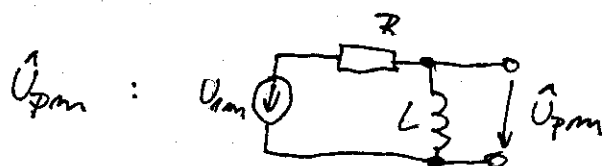
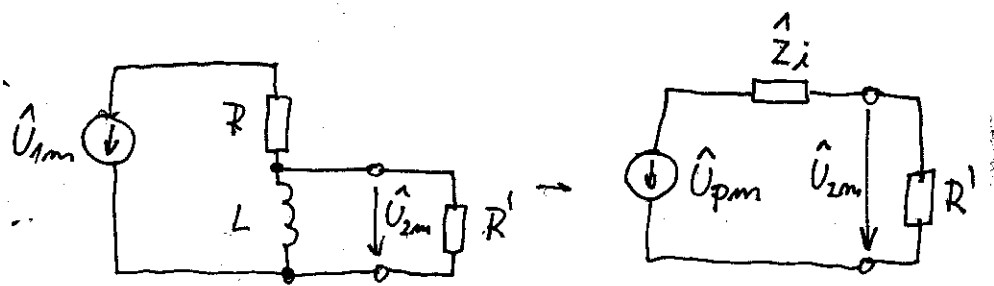
$$R' = 500 \Omega$$

$$u_1(t) = 100 \sin(1000t) \text{ [V]}$$

$$\begin{aligned} \hat{P}'_U &= \frac{\hat{U}_{2rm}}{\hat{U}_{1rm}} = \frac{j\omega L \parallel R'}{R + (j\omega L \parallel R')} = \\ &= \frac{\frac{j\omega L R'}{j\omega L + R'}}{R + \frac{j\omega L R'}{j\omega L + R'}} = \frac{j\omega L R'}{R R' + j\omega L (R + R')} \end{aligned}$$

$$u_2(t) \Leftarrow \hat{U}_{2rm} = \hat{P}'_U \cdot \hat{U}_{1rm}$$

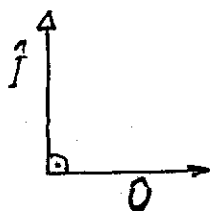
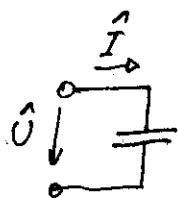
jinak - pomocí Thévenina



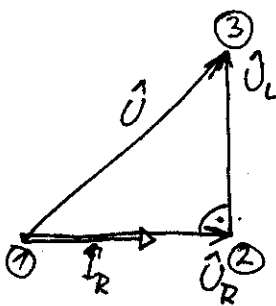
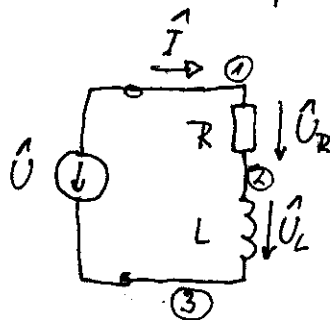
$$\hat{Z}_i = \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L}$$

3.8 Fázorové diagramy

F. diagram - grafické vyjádření vztahů mezi
fázory napětí a proudů určitého obvodu

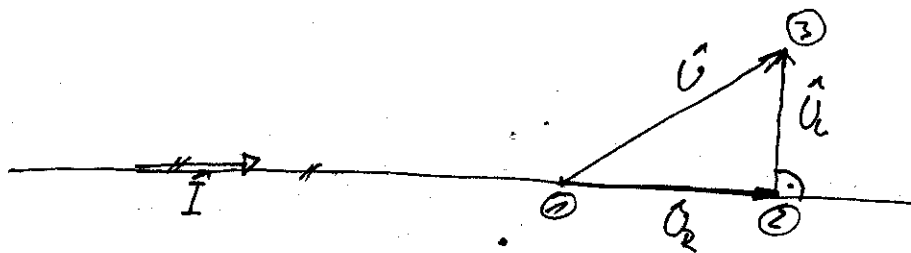


- 1) nakreslíme souřadný systém
- 2) orientační - nejde o měřítko

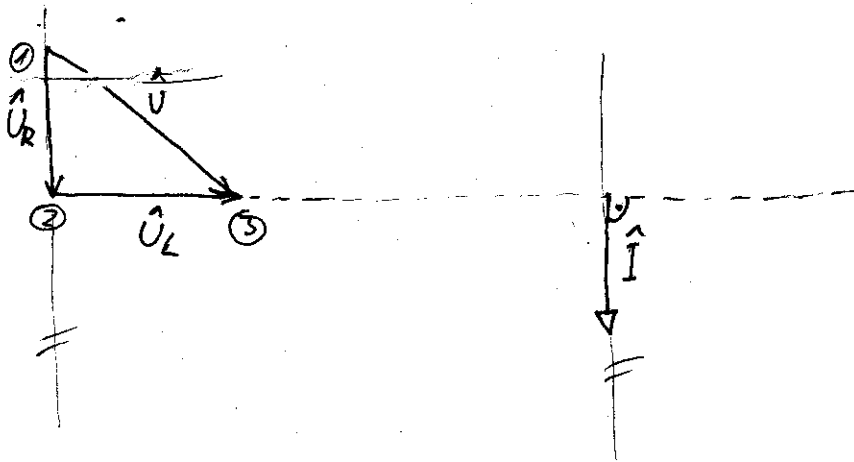


- 3) výchozí veličina (každá) nedělitelná
- 4) TOPOGRAFICKÝ - vždy tvoří vrcholy n-úhelníka v diagramu
- 5) při sčítání fázorů nakreslíme rovnoběžníky

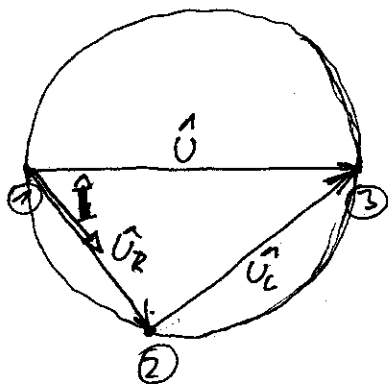
6) Lze oddělit fázeový napětí a proudy



musíme napsat rovnice, kolmost
složek vypočítáme z U_L



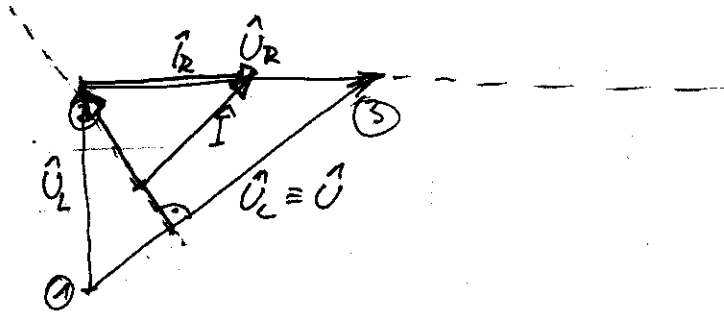
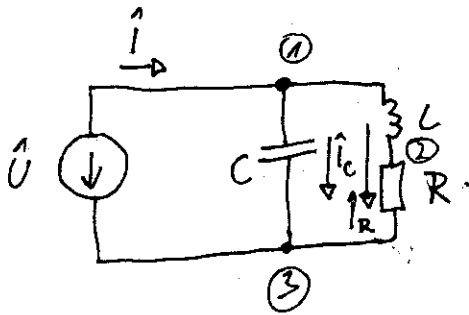
a vyjádříme z U



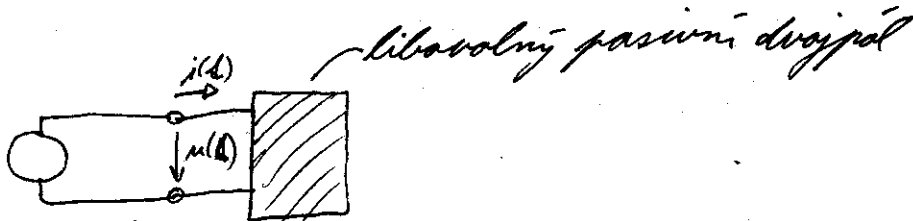
můžeme určit, která polovina je která správná

slouží k doplnění výpočtu, někteří podle nich
najdou chybu:)

Gr.



3.9 Výkon, výkonové přepřažení



libovolný pasivní dvojpól

$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

okamžitý výkon

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m I_m \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega t) =$$

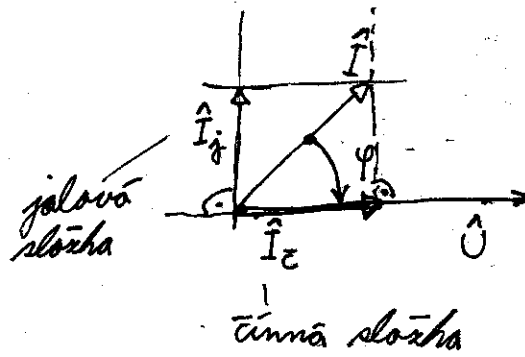
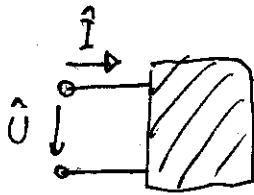
$$= U_m I_m [\sin(\omega t) \cdot \cos \varphi + \cos(\omega t) \cdot \sin \varphi] \sin(\omega t) =$$

$$= U_m I_m \cos \varphi \sin^2(\omega t) + U_m I_m \sin \varphi \sin(\omega t) \cos(\omega t) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi (1 - \cos(2\omega t)) + \frac{U_m I_m}{2} \sin \varphi \sin(2\omega t) =$$

$$= \left| \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = UI \right|$$

$$= \underbrace{UI \cos \varphi (1 - \cos(2\omega t))}_{\text{okamžitý výkon}} + \underbrace{UI \sin \varphi \sin(2\omega t)}_{\text{okamžitý výkon jalové složky proudu}}$$



$p_c(t)$.. okamžitý výkon činné složky proudu
 $p_j(t)$.. — " — jlové — " —

$$p_c(t) \geq 0$$

$$p_j \geq 0$$

obrátek průběhů ve vlnkách

náětí a proud ve fázi - $p_j = 0$

posun $\alpha \pm \frac{\pi}{2}$.. $p_c = 0$, střední hod $P = 0$

činná složka - ^{energie} jde se sdraje do sítě, mění se na teplo

jlová složka - periodická výměna energie mezi zdrojem a sítí

činný výkon

def:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

obecně
[W]

energie přeměněná za jednotku času

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [p_c(t) + p_j(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_c(t) dt = UI \cos \varphi = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi$$

$$P \geq 0$$

lehko lze vypočítat,
není do definice!

Jalový výkon

pro HUS platí

definice $Q = UI \sin \varphi$ [var] (voltampér reaktanění)

$$= \frac{1}{2} U_m I_m \sin \varphi$$

(amplituda okamžitého výkonu jalové složky)

$$Q \approx 0$$

$$Q > 0$$

induktivní charakter sítě

$$Q = 0$$

odporová síť

$$Q < 0$$

kapacitní síť

Zdánlivý výkon

def.: $S = U \cdot I$ [VA]

$$= \frac{1}{2} U_m I_m$$

$$S = U \cdot I$$

$$P = UI \cos \varphi$$

$$Q = UI \sin \varphi$$

$$P^2 + Q^2 = U^2 I^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = U^2 I^2 = (UI)^2 = S^2$$

$$\underline{\underline{S^2 = P^2 + Q^2}} \dots \text{platí pro H.U.S. !}$$

Účinník

def.:

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

$$\lambda = \cos \varphi \quad \dots \text{pro H.U.S.} \quad !$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$\hat{U}_m = U_m \cdot e^{j\varphi_u}$$

$$\hat{I}_m = I_m \cdot e^{j\varphi_i}$$

skladná
komplexní
číslo

$$\hat{U}_m \cdot \hat{I}_m^* =$$

(*komplexní
sdružení.)

$$= U_m I_m e^{j\varphi_u} \cdot e^{-j\varphi_i} =$$

$$= U_m I_m e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U_m I_m e^{j\varphi} =$$

$$= U_m I_m (\cos \varphi + j \sin \varphi) =$$

$$= \underline{U_m I_m \cos \varphi + j U_m I_m \sin \varphi} \quad | : 2$$

$$\hat{U} \cdot \hat{I}^* = \frac{1}{2} \hat{U}_m \hat{I}_m^* = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi + j \frac{U_m I_m}{2} \sin \varphi =$$

$$= UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi$$

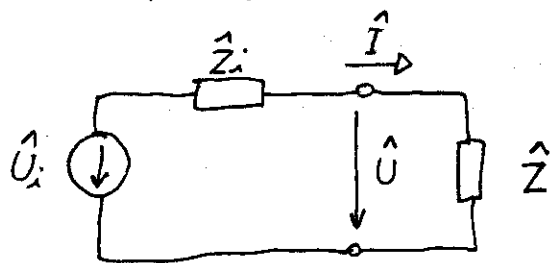
$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U} \hat{I}^* \}$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \hat{U} \hat{I}^* \}$$

$$S = |\hat{U} \hat{I}^*|$$

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = |\hat{U} \hat{I}^*| = S$$

Výkonové přizpůsobení



$$\begin{aligned}
 P &= \operatorname{Re} \{ \hat{U} \hat{I}^* \} = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_i \cdot \frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_i + \hat{Z}} \cdot \left(\frac{\hat{U}_i}{\hat{Z}_i + \hat{Z}} \right)^* \right\} = \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_i \cdot \frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_i + \hat{Z}} \cdot \frac{\hat{U}_i^*}{(\hat{Z}_i + \hat{Z})^*} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\hat{U}_i \cdot \hat{U}_i^* \cdot \hat{Z}}{(\hat{Z}_i + \hat{Z}) \cdot (\hat{Z}_i + \hat{Z})^*} \right\} = \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{U_i^2 \cdot \hat{Z}}{|\hat{Z}_i + \hat{Z}|^2} \right\} = \frac{U_i^2}{|\hat{Z}_i + \hat{Z}|^2} \cdot \operatorname{Re} \{ \hat{Z} \} = \left| \begin{array}{l} \hat{Z}_i = R_i + jX_i \\ \hat{Z} = R + jX \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$P = \frac{U_i^2 \cdot R}{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2} = f(R, X)$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2 - R \cdot 2(R_i + R)}{[(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2]^2} U_i^2 = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{0 - R \cdot 2(X_i + X)}{[(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2]^2} U_i^2 = 0$$

$$X = -X_i$$

$$(R_i + R)^2 - 2R(R_i + R) = 0$$

$$(R_i + R) \neq 0$$

$$R_i + R - 2R = 0 \Rightarrow$$

$$R = R_i$$

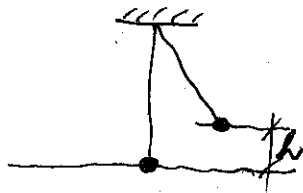
podmínky
pro výkonové
přizpůsobení

$$\hat{Z} = \hat{Z}_i^*$$

$$P_{\max} = \frac{U_i^2 \cdot R}{4R^2} = \frac{U_i^2}{4R}$$

3.10 Resonance

obecný fyzikální jev, který může nastat v systému, kde je možná vzájemná (vzájemná) výměna 2 druhů energie
např. mechan. kyvadlo - přeměny mezi kinetickou a potenciální z.



$$W_1 = W_{\text{pot}} = mgh$$

$$W_2 = W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

vel. obor:

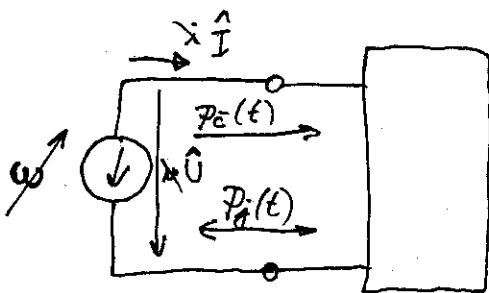
$$\begin{matrix} W_1 \\ W_2 \end{matrix}$$

$$W_1 = W_2$$

$$W_2 = W_{\text{kin}}$$

$$\frac{1}{1}$$

každý systém charakterizován frekvencí vlastních kmitů ω_0



$$\omega_{\text{rel}} = \omega_r \dots \text{rezonanční frekvence}$$

Resonance: $\phi(t) = 0$

zdroj poskytl pouze ztráty v obvodu

$$W_1 + W_2 = W_L + W_m = \text{konst.}$$

$$\omega \rightarrow \omega_{\text{rel}}$$

energie se přetváří pouze na ztráty v obvodu

$$P_R(t) = UI \sin \varphi \sin(2\omega t)$$

$$\sin \varphi = 0$$

→ při rezonanci se ^{obvod} navínek chová jako
rezistor

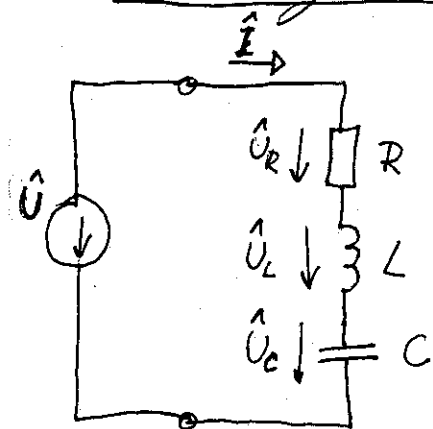
činitel jakosti

$$Q = 2\pi \frac{W_{LC}}{W_R}$$

W_{LC} - energie nashromulovaná v obvodu při rezonanci
(konstanta)

W_R - energie, která se přemění v teplo ~~na~~ během
jedné periody

Sériový rezonanční obvod



$$u_p(t) = U_{mr} \sin \omega_r t$$

$$\omega_r = ?$$

$$\hat{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\omega = \omega_r : \omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0 \Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Thomsonův vztah

$$Q = ?$$

$$W_{LC} = \frac{1}{2} L i_r^2(t) + \frac{1}{2} C u_{cr}^2(t)$$

$$\hat{U}_m : \hat{I}_{mr} = \frac{\hat{U}_{mr}}{\hat{Z}_r} = \frac{\hat{U}_{mr}}{R} = \frac{U_{mr}}{R} = \frac{U_m}{R}$$

$$i_r(t) = \frac{U_m}{R} \sin \omega_r t$$

$$u_{crm} = \hat{I}_{mr} \frac{1}{j\omega_r C} = -j \frac{U_m}{R\omega_r C}$$

$$u_{cr}(t) = \frac{U_m}{R\omega_r C} \sin\left(\omega_r t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{U_m}{R\omega_r C} \cos(\omega_r t)$$

$$W_{LC} = \frac{1}{2} L \frac{U_m^2}{R^2} \sin^2(\omega_r t) + \frac{1}{2} C \frac{U_m^2}{R^2 \omega_r^2 C^2} \cos^2(\omega_r t) =$$

$$= \frac{1}{2} L \frac{U_m^2}{R^2} (\sin^2(\omega_r t) + \cos^2(\omega_r t)) =$$

$$= \frac{1}{2} L \frac{U_m^2}{R^2}$$

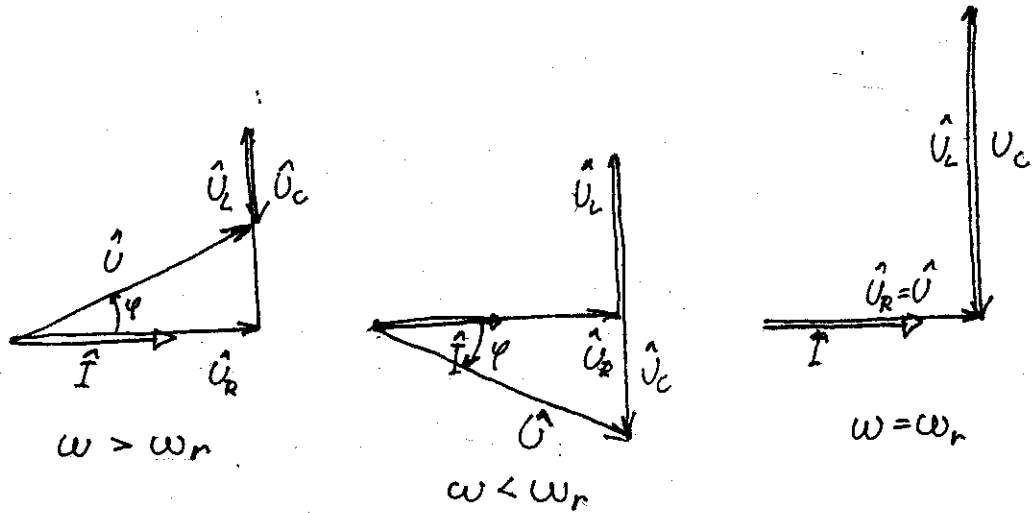
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ (Thomson)}$$

$$\omega_r^2 C = \frac{1}{L}$$

$$\begin{aligned}
 W_R &= \int_0^T R i_r^2(t) dt = \int_0^T R \cdot \frac{U_m^2}{R^2} \sin^2(\omega_r t) dt = \\
 &= \frac{U_m^2}{R} \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega_r t)}{2} dt = \frac{U_m^2}{R} \cdot T = \\
 &= \boxed{\frac{U_m^2 \cdot 2\pi}{2R \omega_r}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= 2\pi \frac{W_L}{W_R} = \cancel{2\pi} \frac{\cancel{\frac{U_m^2}{2R}} \frac{\omega_r L}{\omega_r}}{\frac{U_m^2 \cdot 2\pi}{2R \omega_r}} = \boxed{\frac{\omega_r L}{R}} = \frac{1}{\omega_r C \cdot R} = \\
 &= \frac{1}{\omega_r C R}
 \end{aligned}$$

v praxi bývá sah 10 až 100



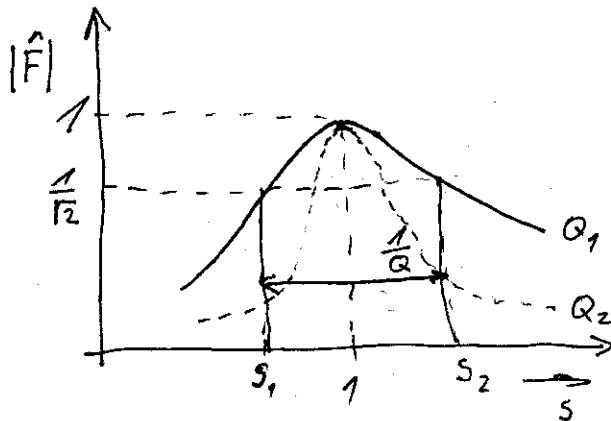
při rezonanci na jednotlivých prvcích je napětí výrazně vyšší než zdroje

Význam Q

$$\hat{F} = \frac{\hat{I}}{\hat{I}_r} = \frac{\hat{Z}_r}{Z} = \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{1}{1 + j(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR})} =$$

$$= \frac{1}{1 + j \left(\underbrace{\left(\frac{\omega_r L}{R} \right)}_Q \frac{\omega}{\omega_r} - \underbrace{\left(\frac{1}{\omega_r C R} \right)}_Q \frac{\omega_r}{\omega} \right)} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} =$$

$$\hat{F} = \left| \frac{\omega}{\omega_r} = s \right| = \frac{1}{1 + jQ(s - \frac{1}{s})} = \hat{F}$$



rezonanční křivka

$$Q_1 < Q_2$$

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{Q}$$

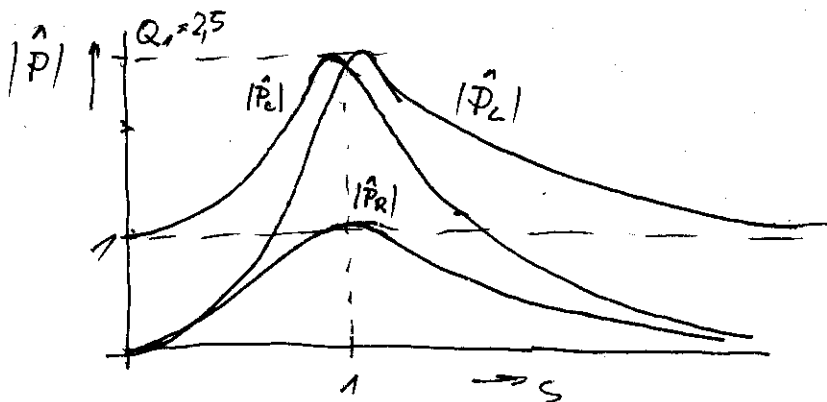
rek. obvod s 'vytříděním' určitou frekvencí,
jak přibližně záleží na Q

Přenosy

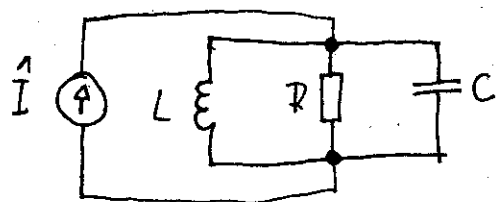
$$\hat{P}_R = \frac{\hat{U}_R}{\hat{U}} = \frac{R \hat{I}}{R \hat{I}_r} = \frac{\hat{I}}{\hat{I}_r} = \hat{F}$$

$$\hat{P}_L = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}} = \frac{j\omega L \cdot \hat{I}}{R \cdot \hat{I}_r} = \frac{j\omega_r L}{R} \cdot \frac{\omega}{\omega_r} \cdot \frac{\hat{I}}{\hat{I}_r} = jQs \hat{F}$$

$$\hat{P}_C = \frac{\hat{U}_C}{\hat{U}} = \frac{\frac{1}{j\omega C} \hat{I}}{R \cdot \hat{I}_r} = \frac{1}{j\omega_r C R} \cdot \frac{\omega_r}{\omega} \cdot \frac{\hat{I}}{\hat{I}_r} = -jQ \frac{1}{s} \hat{F}$$



Paralelní rezonanční obvod (ideální)



platí princip duality

seriový

$\hat{U}$
 $\hat{I}$
 L
 C
 R_s
 $\vdots$

paralelní

$\hat{I}$
 $\hat{U}$
 C
 L
 G_p

$$\omega_t^* = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q^* = \frac{\omega_r C}{G_p} = \frac{1}{\omega_r L G_p}$$

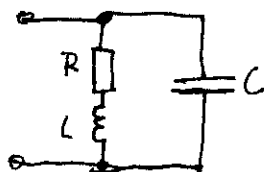
$$\hat{F}^* = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_r} = \frac{1}{1 + jQ(s - \frac{1}{s})}$$

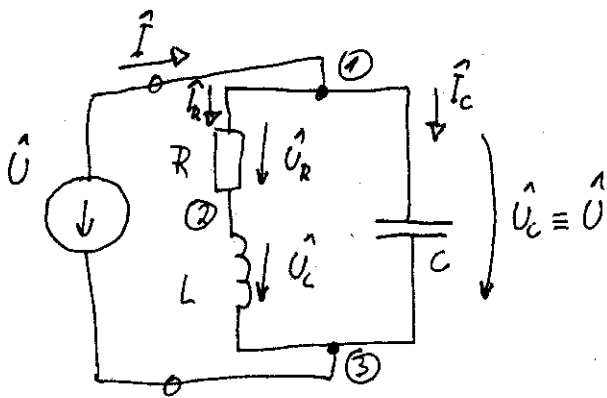
$$\hat{P}_G^* = \frac{\hat{I}_G}{\hat{I}} = \frac{1}{1 + jQ(s - \frac{1}{s})}$$

$$\hat{P}_C^* = \frac{\hat{I}_C}{\hat{I}} = \frac{jQs}{1 + jQ(s - \frac{1}{s})}$$

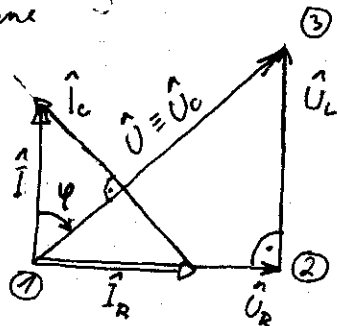
$$\hat{P}_L^* = \frac{\hat{I}_L}{\hat{I}} = \frac{-jQ/s}{1 + jQ(s - \frac{1}{s})}$$

paralelní rez. obvod - skutečný

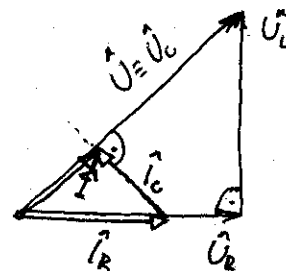




obecně



při rezonanci



$$\omega = \omega_r$$

$$\omega_r = ?$$

$$\hat{Z} = (R + j\omega L) \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{(R + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{(R + j\omega L) + \frac{1}{j\omega C}} =$$

$$= \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR} =$$

$$= \frac{(R + j\omega L)(1 - \omega^2 LC - j\omega CR)}{(1 - \omega^2 LC + j\omega CR)(1 - \omega^2 LC - j\omega CR)} =$$

$$= \frac{R(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 LC R + j\omega L(1 - \omega^2 LC) - j\omega CR^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2} \quad \text{imag. část}$$

$$\omega_r L(1 - \omega_r^2 LC) - \omega_r CR^2 = 0$$

$$\omega_r = 0$$

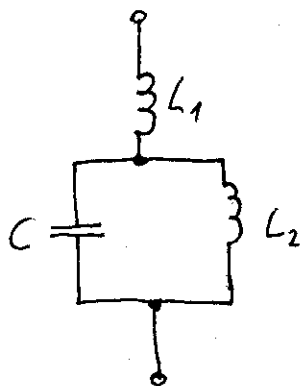
$$1 - \omega_r^2 LC - \frac{CR^2}{L} = 0$$

$$1 - \frac{CR^2}{L} = \omega_r^2 LC \Leftrightarrow \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \omega_r^2$$

ω_r závisí i na R

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

př. na více rez. frekvencí obvodů



$$\hat{Z} = j\omega L_1 + \left(\frac{1}{j\omega C} \parallel j\omega L_2 \right) = \dots$$

$$= j\omega L_1 + \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C} =$$

$$= j \underbrace{\left[\omega L_1 + \frac{\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C} \right]}_{=0}$$

impedance
jeze imaginární

$$[Z]^{-1} = 0$$

výsledou dva kmitočty

$$\omega_{r1} = \sqrt{\left(\frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1} \right) \frac{1}{C}}$$

$$\omega_{r2} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

3.11. Trojfázové systémy

Potřeba : silové magnetické pole
(pro konstrukci jednodušších motorů)

Realizace : tři nezávislá harmonická napětí
s konstantním vzájemným fázovým posunem



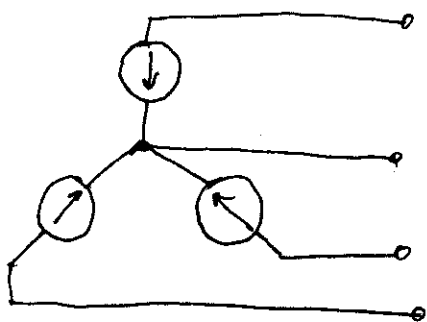
připojení 3 samostatných zdrojů

→ 6 vodičů = drahý

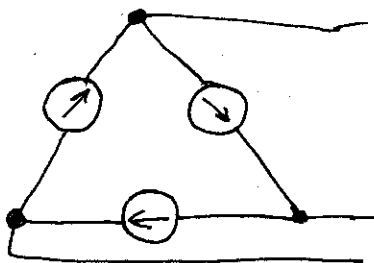
proto se nějak propojí

Trojfázová soust. napětí

hvězda



trojúhelník



úspora mědi netřís až tak velká - musí být silnější vodiče (převážně stejný výkon)

souměrná s. s. napětí

tři složky harmonických napětí

- stejná amplituda

- stejná frekvence

- vzájemný fázový posun $\frac{2\pi}{3} [\text{rad}]$

jednotlivé složky = "fáze" (R, S, T)

sled fází

pořadí, v jakém napětí následují na časové ose

- lze změnit směnou libovolných dvou fází

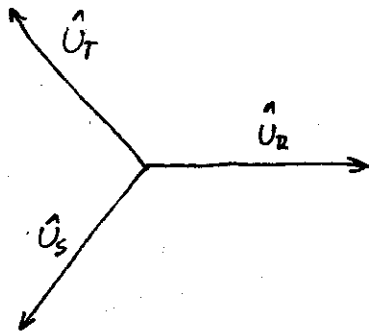
výjádření napětí

$$\hat{U}_R$$

$$\hat{U}_S = \hat{U}_R \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\hat{U}_T = \hat{U}_R \cdot e^{+j\frac{2\pi}{3}}$$

f. diagram běhla napětí
bez propojení zdrojů



platí $\hat{U}_R + \hat{U}_S + \hat{U}_T = \hat{U}_R \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) =$

$$= \hat{U}_R \left(1 + \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - j \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

$$= \hat{U}_R \left(1 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) = \hat{U}_R \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\boxed{\hat{U}_R + \hat{U}_S + \hat{U}_T = 0}$$

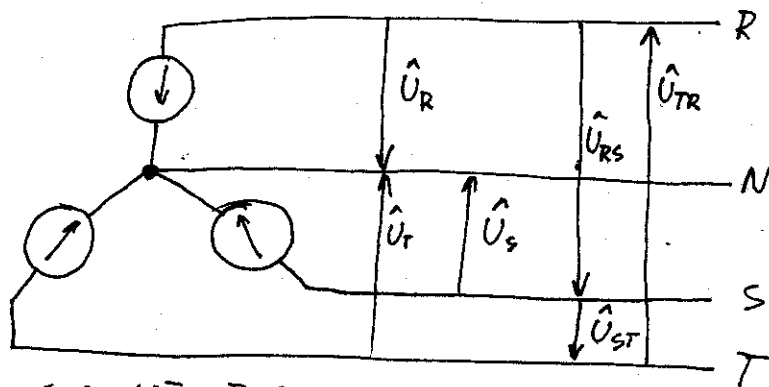
$$u_R(t) + u_S(t) + u_T(t) =$$

$$= \operatorname{Im}\{\hat{U}_{Rm} \cdot e^{j\omega t}\} + \operatorname{Im}\{\hat{U}_{Sm} e^{j\omega t}\} + \operatorname{Im}\{\hat{U}_{Tm} \cdot e^{j\omega t}\} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \left\{ \operatorname{Im}\{(\hat{U}_R + \hat{U}_S + \hat{U}_T) \cdot e^{j\omega t}\} \right\} = 0$$

$$\boxed{u_R(t) + u_S(t) + u_T(t) = 0}$$

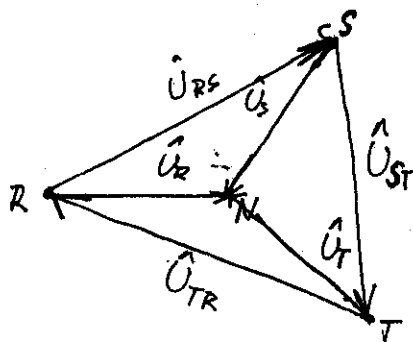
Zapojení zdroje do hvězdy



nulový vodič

fázové vodiče R, S, T
nulový vodič N

fázová napětí: $\hat{U}_R, \hat{U}_S, \hat{U}_T$
sdružená —: $\hat{U}_{RS}, \hat{U}_{ST}, \hat{U}_{TR}$
odhad kam



R, S, T tvoří rovnostranný Δ

výsledek:

$$\hat{U}_{RS} + \hat{U}_{ST} + \hat{U}_{TR} = 0$$

pocítáno vzhledem k $\hat{U}_R$

$$\hat{U}_{RS} = \hat{U}_R - \hat{U}_S = \hat{U}_R (1 - e^{-j\frac{2\pi}{3}}) = \hat{U}_R (1 - \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3}) =$$

$$\hat{U}_{ST} = \hat{U}_S - \hat{U}_T = \hat{U}_R \sqrt{3} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = \hat{U}_R (\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}) = \hat{U}_R \sqrt{3} \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\hat{U}_{TR} = \hat{U}_T - \hat{U}_R = \hat{U}_R \sqrt{3} \cdot e^{j\frac{5\pi}{6}}$$

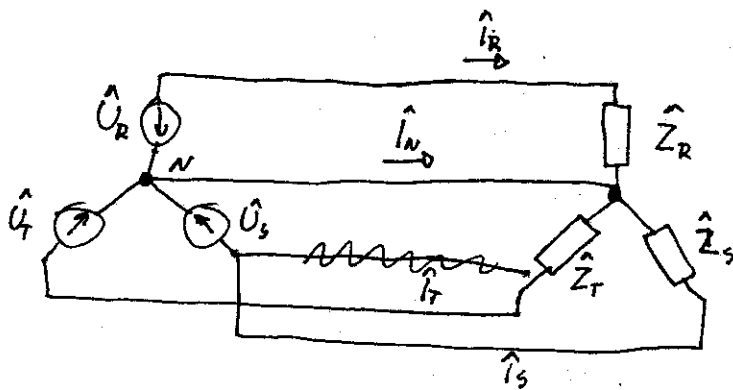
naše soustava

$$U_R = U_S = U_T = 230 \text{ V}$$

$$U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = 400 \text{ V}$$

> efektivní hodnoty!
pozor při počítání

Nesouměrná síť



impedance - různá velikost a fáze

$$1. \text{ KZ: } \hat{I}_R + \hat{I}_S + \hat{I}_T + \hat{I}_N = 0$$

$$\Rightarrow \hat{I}_N = -(\hat{I}_R + \hat{I}_S + \hat{I}_T)$$

$$\hat{I}_R = \frac{\hat{U}_R}{\hat{Z}_R} \dots$$

$$\hat{I}_N = \left(\frac{\hat{U}_R}{\hat{Z}_R} + \frac{\hat{U}_S}{\hat{Z}_S} + \frac{\hat{U}_T}{\hat{Z}_T} \right) \neq 0$$

$$P_R = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_R \hat{I}_R^* \}$$

:

$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_R \hat{I}_R^* + \hat{U}_S \hat{I}_S^* + \hat{U}_T \hat{I}_T^* \} \quad [\text{W}]$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \quad \quad \quad \} \quad [\text{var}]$$

$$S = \quad \quad \quad | \quad \quad \quad [\text{VA}]$$

$$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$

Souměrná síť

$$\hat{Z}_R = \hat{Z}_S = \hat{Z}_T = \hat{Z}$$

(stejná velikost i fáze)

$$\hat{I}_N = -\left(\frac{\hat{U}_R}{\hat{Z}} + \dots\right) = -\frac{1}{\hat{Z}}(\hat{U}_R + \hat{U}_S + \hat{U}_T) = 0$$

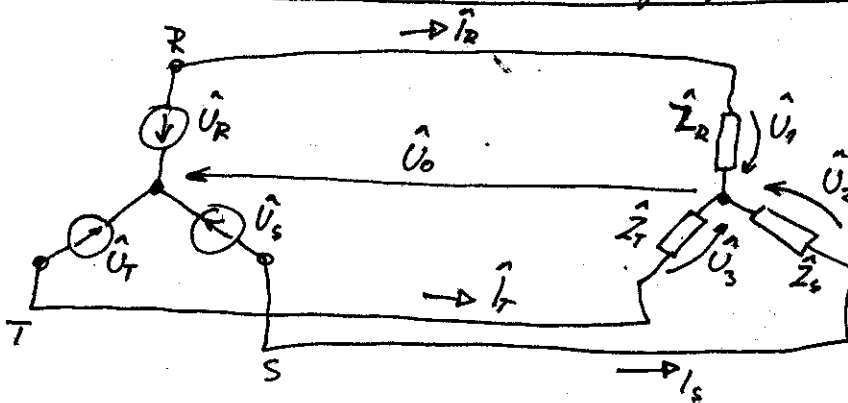
proud nulovým vodičem je nulový
 lze tedy odstranit nulový vodič

výkon $P = 3 \cdot \operatorname{Re} \{ \hat{U}_R \hat{I}_R^* \} \quad [\text{W}]$

$$Q = 3 \cdot \operatorname{Im} \{ \quad \} \quad [\text{var}]$$

$$S = 3 \cdot \quad \quad \quad [\text{VA}]$$

Nesouměrná síť s rozpijetým nulovým vodičem



proud $\hat{I}_N$ jsme
dopili být
nulovým
→ nemá $\hat{U}_0$

1. KZ $\hat{I}_R + \hat{I}_S + \hat{I}_T = 0$

$$\frac{\hat{U}_R - \hat{U}_0}{\hat{Z}_R} + \frac{\hat{U}_S - \hat{U}_0}{\hat{Z}_S} + \frac{\hat{U}_T - \hat{U}_0}{\hat{Z}_T} = 0 \Rightarrow$$

$$\hat{U}_0 = \frac{\frac{\hat{U}_R}{\hat{Z}_R} + \frac{\hat{U}_S}{\hat{Z}_S} + \frac{\hat{U}_T}{\hat{Z}_T}}{\frac{1}{\hat{Z}_R} + \frac{1}{\hat{Z}_S} + \frac{1}{\hat{Z}_T}}$$

$$\hat{U}_1 = \hat{U}_R - \hat{U}_0$$

$$\hat{U}_2 = \hat{U}_S - \hat{U}_0$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_T - \hat{U}_0$$

$$\hat{I}_R = \frac{\hat{U}_1}{\hat{Z}_R}$$

$$\hat{I}_S = \frac{\hat{U}_2}{\hat{Z}_S}$$

$$\hat{I}_T = \frac{\hat{U}_3}{\hat{Z}_T}$$

Výkony (z hlediska zdrojů)

$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_R \hat{I}_R^* + \hat{U}_S \hat{I}_S^* + \hat{U}_T \hat{I}_T^* \} \quad [W]$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \quad \quad \quad \} \quad [var]$$

$$S = \quad \quad \quad | \quad [VA]$$

Výkony (z hlediska zátěže)

$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_1 \hat{I}_R^* + \hat{U}_2 \hat{I}_S^* + \hat{U}_3 \hat{I}_T^* \} \quad [W]$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \quad \quad \quad \} \quad [var]$$

$$S = \quad \quad \quad | \quad [VA]$$

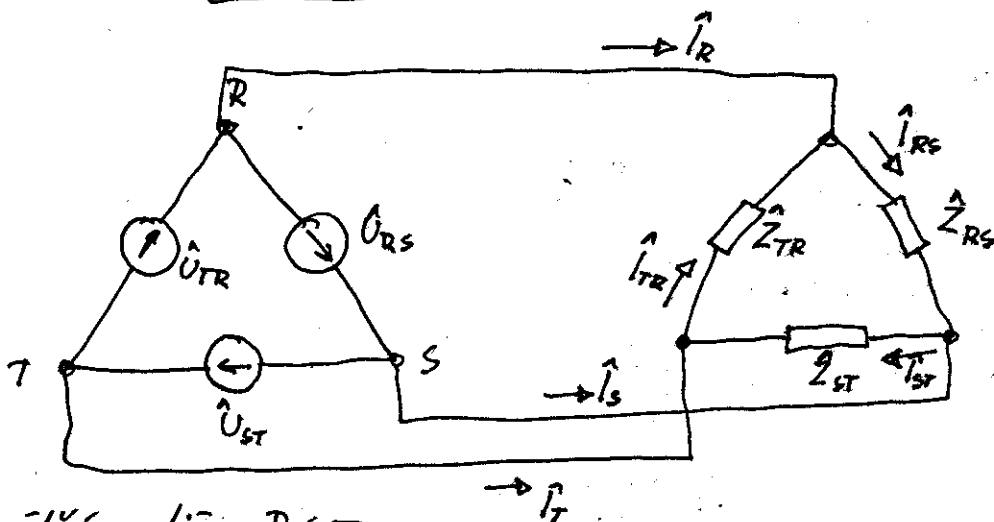
oba přístupy dávají stejný výsledek

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Zapojení zdrojů do „trojúhelníka“

musí platit

$$\hat{U}_{RS} + \hat{U}_{ST} + \hat{U}_{TR} = 0$$



síťové vodiče - R, S, T

jeden druh napětí - $\hat{U}_{RS}, \hat{U}_{ST}, \hat{U}_{TR}$ - síťová

proudy - síťové - $\hat{I}_R, \hat{I}_S, \hat{I}_T$

- fázové - $\hat{I}_{RS}, \hat{I}_{ST}, \hat{I}_{TR}$

Výkony - síťová napětí a ~~pro~~ fázové proudy

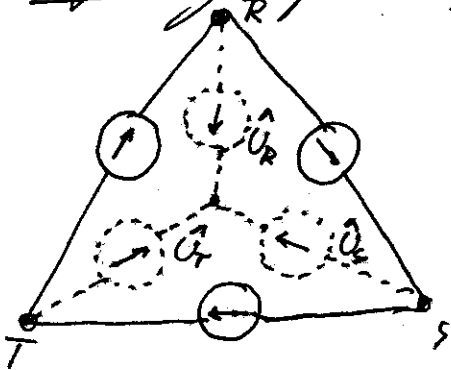
$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_{RS} \hat{I}_{RS}^* + \hat{U}_{ST} \hat{I}_{ST}^* + \hat{U}_{TR} \hat{I}_{TR}^* \} \quad [W]$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \quad \quad \quad \} \quad [var]$$

$$S = \quad | \quad \quad \quad | \quad [VA]$$

v praxi by mělo měřit fáz. proudy

Výkony - fáz. napětí a síť. proudy



převodní zdroje nahradíme
pro výpočet nahradními
do „hvězdy“

$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_R \hat{I}_R^* + \hat{U}_S \hat{I}_S^* + \hat{U}_T \hat{I}_T^* \} \quad [W]$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \quad \quad \quad \} \quad [var]$$

$$S = \quad | \quad \quad \quad | \quad [VA]$$

Výkony - speciálně pro soust. s 3-vodcovým propojením

$$1. \text{ KZ} \quad \hat{I}_R + \hat{I}_S + \hat{I}_T = 0 \Rightarrow \hat{I}_T = -(\hat{I}_R + \hat{I}_S)$$

$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{U}_R \hat{I}_R^* + \hat{U}_S \hat{I}_S^* - \hat{U}_T (\hat{I}_R^* + \hat{I}_S^*) \} =$$

$$= \operatorname{Re} \{ (\hat{U}_R - \hat{U}_T) \hat{I}_R^* + (\hat{U}_S - \hat{U}_T) \hat{I}_S^* \} =$$

$$P = \operatorname{Re} \{ -\hat{U}_{TR} \hat{I}_R^* + \hat{U}_{ST} \hat{I}_S^* \} \quad [W]$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \quad \quad \quad \} \quad [var]$$

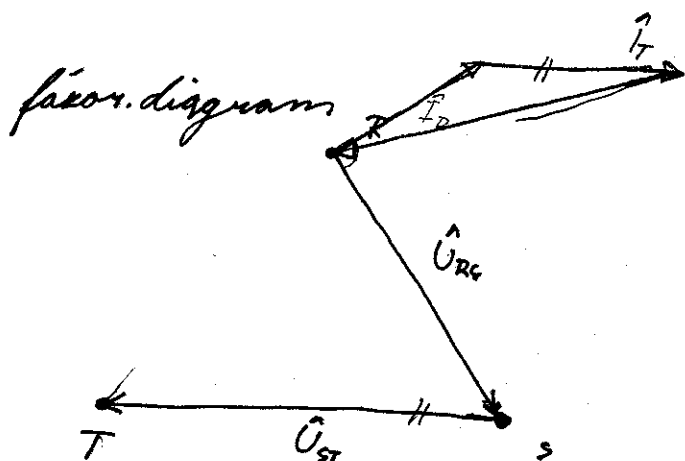
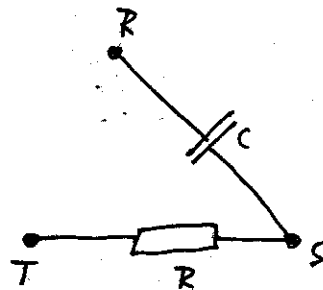
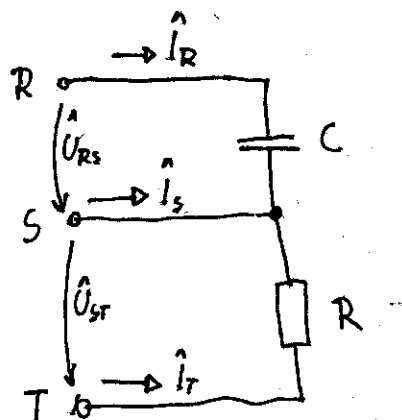
$$S = \quad | \quad \quad \quad | \quad [VA]$$

$$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$

Blandeliovo theorem

V N-vodcové soustavě lze určit výkon pomocí N-1 měření

Pr



$$\hat{I}_R = \frac{\hat{U}_{RS}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C \hat{U}_{RS}$$

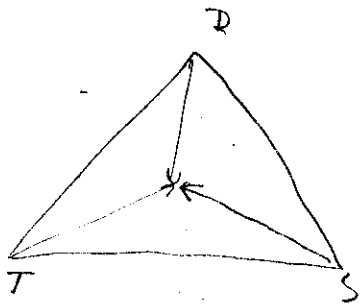
$$\hat{I}_T = \frac{-\hat{U}_{ST}}{R}$$

$$\hat{I}_R + \hat{I}_S + \hat{I}_T = 0 \Rightarrow \hat{I}_S = -(\hat{I}_R + \hat{I}_T)$$

obvyklé zadání: soustava $3 \times \boxed{400 \text{ V}} / \boxed{50 \text{ Hz}}$

$\hat{U}_{RS} = 400 \text{ V}$.. *velikost napětí*

f ; $\omega = 2\pi f = 314 \text{ s}^{-1}$
*sdrůžená napětí
efektivní hodnota !*



$$\hat{U}_{RS} = 400V$$

$$\hat{U}_{ST} = 400 e^{-j \frac{2\pi}{3}} V$$

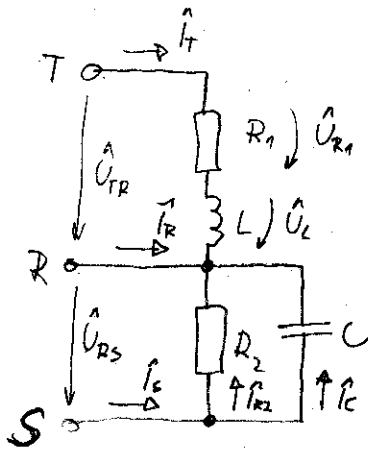
$$\hat{U}_{TR} = 400 e^{j \frac{2\pi}{3}} V$$

$$\hat{U}_R = \frac{400}{\sqrt{3}} e^{-j \frac{\pi}{6}}$$

$$\hat{U}_S = \frac{400}{\sqrt{3}} e^{-j \frac{5\pi}{6}}$$

$$\hat{U}_T = \frac{400}{\sqrt{3}} e^{j \frac{\pi}{6}}$$

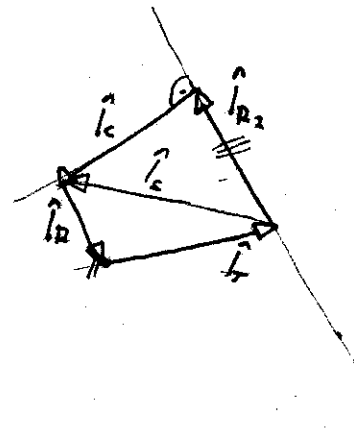
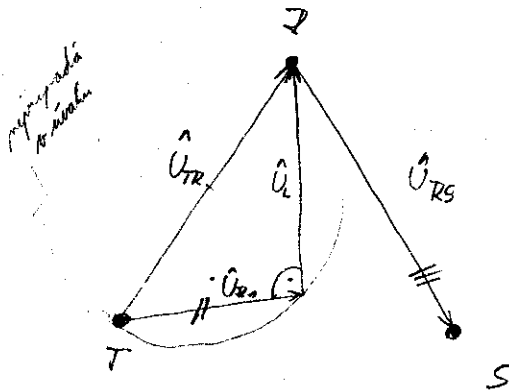
Pf



$$3 \times 400V / 50 Hz$$

$$\hat{U}_{RS} = 400 V$$

(nicht verbunden mit $\hat{U}_{RS}$)



$$\hat{I}_T = \frac{\hat{U}_{TR}}{R_1 + j\omega L}$$

$$\hat{I}_{R_2} = \frac{-\hat{U}_{RS}}{R_2}$$

$$\hat{I}_C = -\hat{U}_{RS} \cdot j\omega C$$

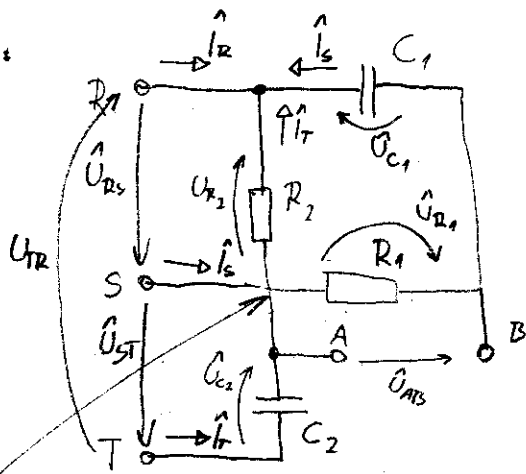
$$\hat{I}_S = \hat{I}_{R_2} + \hat{I}_C$$

$$\hat{I}_R = -(\hat{I}_T + \hat{I}_S)$$

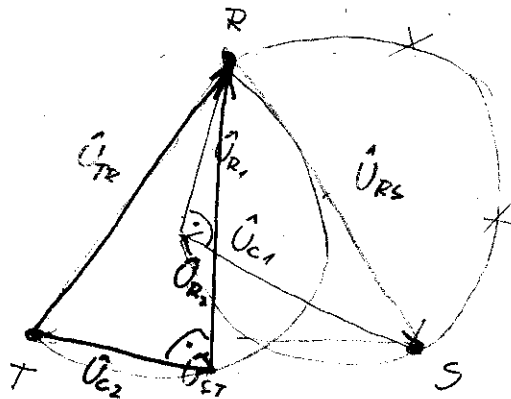
$$\hat{U}_{R_1} = R_1 \cdot \hat{I}_T = \hat{U}_{TR} \cdot \frac{R_1}{R_1 + j\omega L}$$

$$\hat{U}_L = j\omega L \cdot \hat{I}_T = \hat{U}_{TR} \cdot \frac{j\omega L}{R_1 + j\omega L}$$

P_{Σ} :

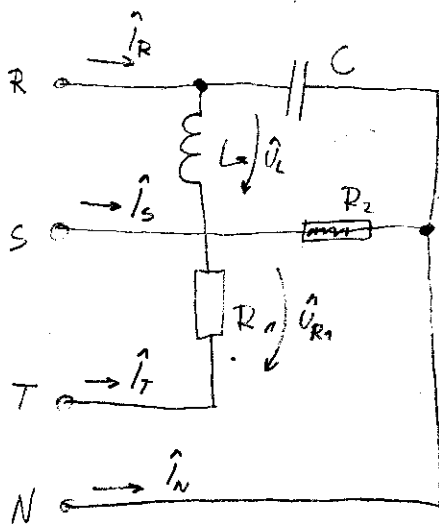


opravdu
nem
spojeno



DODO

P_{Σ}

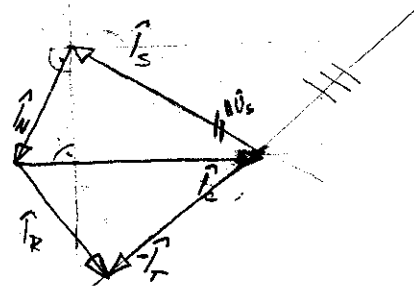
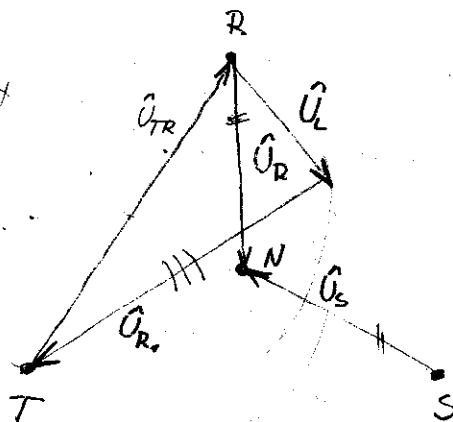


$3 \times 400V / 50 Hz$

- diagram

- $\hat{I}, \hat{U}$

- P, Q, S



$$\hat{I}_S = \frac{\hat{U}_S}{R_2}$$

$$\hat{I}_C = j\omega C \hat{U}_R$$

$$\hat{I}_N = -(\hat{I}_C + \hat{I}_S)$$

$$\hat{I}_T = \frac{\hat{U}_{TR}}{R_1 + j\omega L}$$

$$\hat{I}_R + \hat{I}_T = \hat{I}_C$$

$$\hat{I}_R = \hat{I}_C - \hat{I}_T$$

$$\hat{U}_R = 230 \text{ V}$$

$$\hat{U}_S = 230 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ V}$$

$$\hat{U}_{TR} = 400 e^{j\frac{\pi}{6}} \text{ V}$$

odejme zvolili
relativní nap.

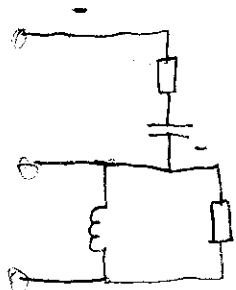
$$\hat{U}_L = -\hat{U}_{TR} \cdot \frac{j\omega L}{R_1 + j\omega L} = -\hat{I}_T \cdot j\omega L$$

$$\hat{U}_{R1} = -\hat{U}_{TR} \cdot \frac{R_1}{R_1 + j\omega L} = -\hat{I}_T \cdot R_1$$

$$P = P_1 + P_2 = R_1 |\hat{I}_T|^2 + R_2 |\hat{I}_S|^2 = \frac{|\hat{U}_{R1}|^2}{R_1} + \frac{|\hat{U}_S|^2}{R_2}$$

$$Q = Q_L^{(+)} + Q_C^{(-)} = \omega L |\hat{I}_T|^2 + \left(-\frac{1}{\omega C} \cdot |\hat{I}_C|^2 \right) =$$

$$= \frac{1}{\omega L} |\hat{U}_L|^2 + (-\omega C \cdot |\hat{U}_R|^2)$$



sabovej typickaj
skouskovej pr.

jednoduchý
metoda

zamatonat

př. - nesouměrná odporová kátař ~~do~~ do ~~W~~ hvězdy
 bez nulového vodiče
 jalový výkon - součet nula,
 ale jal. výkon ~~je~~ dílčích zdrojů nemulový
 → výkon se přetváří mezi zdroji

4. Obecné metody analýzy

založeny na sestavování obvodových rovnic
 (1. a 2. Kirchhoff. zák.)

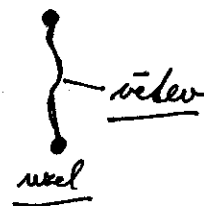
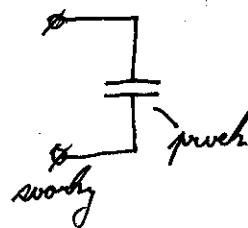
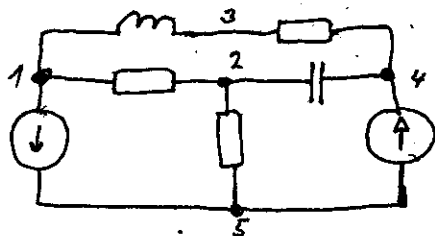
2 problémy - správný počet rovnic

- jak je sestavit, z čeho (jaké smyčky, uzly)

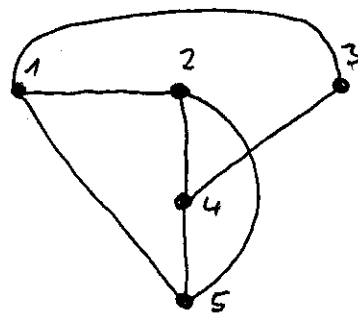
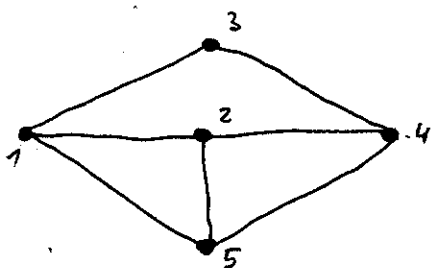
4.1 Topologie el. obvodů

~~obecná~~ teorie, která zkoumá geom. vlastnosti
 el. obvodů bez rozkládání jednotlivých prvků

- uzel, větev



- graf (topologické schéma)

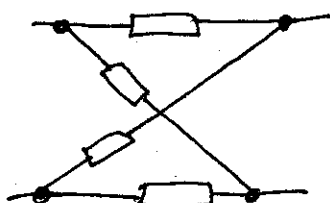


topologické rovnice

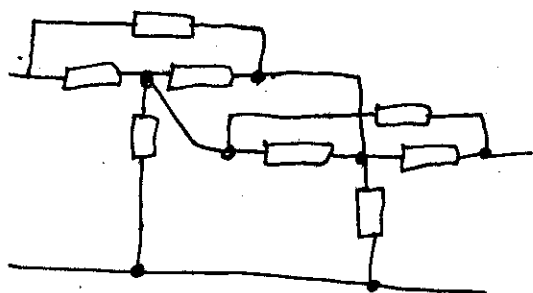
- stejný n - počet uzlů (5)
- stejné v - počet větví (7)
- stejné propojení uzlů větvemi

planární obvod

obvod, jehož graf lze nakreslit ^(v rovině) aniž by se jeho větve křížily



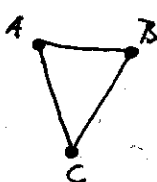
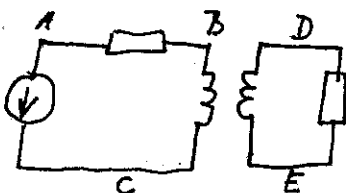
je planární



není planární

graf souvislý

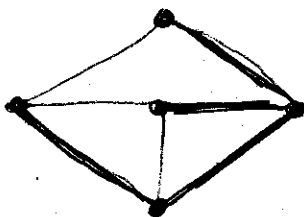
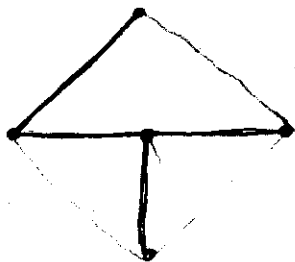
graf nespojitý



$$C = 2$$

C - počet separátních částí

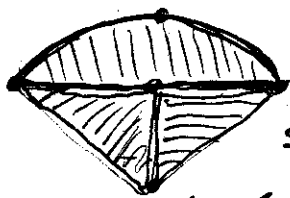
strom:



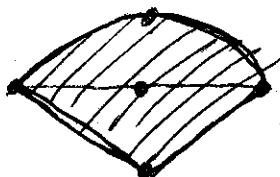
$$d=4$$

strom - minimální počet větví daného grafu,
které souvisle spojí všechny uzly
 d - počet větví stromu

smýčka



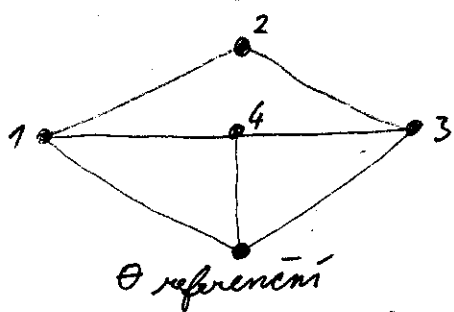
$$s=3$$



jednoduché
smýčky

s - počet jedn. smýček (nezávislých)
v planárním obvodu

uklová dvojice



$$1-0$$

$$2-0$$

$$3-0$$

$$4-0$$

$$d = n - 1$$

počet uklových dvojic
= p. větví stromu

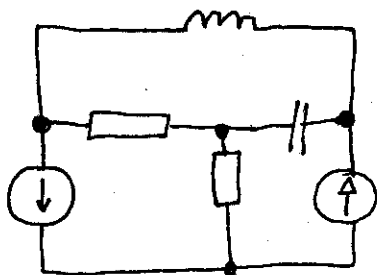
$(d = n - c)$ při víc separát částech

počet rovnic k uklu = d (1. KZ)

počet rovnic ke smýčkám = s (2. KZ)

počet nezávislých rovnic pro obvod = $d+s$

P2



$p = 4$.. pasivních p.

$a = 2$.. aktivních p.

$$X = 2p + a = 10 \text{ počet neznámých} \\ = d + s + p$$

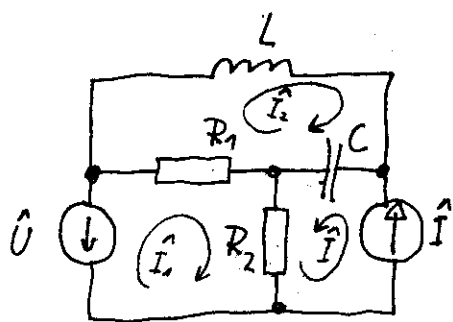
$$X = 2p + a = \underbrace{p + p + a}_V = p + V = \underbrace{p + d + s}_{\substack{\text{popis prvků} \\ 1.KZ \quad 2.KZ}}$$

1. krok - nezbytné nutné veličiny

a) smyčkové proudy .. s

b) uzlová napětí .. d

A) metoda smyčkových proudů



popis prvků:

$$u = f(i) = f\left(i, \frac{di}{dt}, \int i dt\right)$$

$$i = g(u) = g\left(u, \frac{du}{dt}, \int u dt\right)$$

proto budeme dělat pro H.U.S.

$$\hat{U} = f(\hat{I}) = f(\hat{I}, j\omega) = \hat{Z} \cdot \hat{I}$$

$$\hat{I} = g(\hat{U}) = g(\hat{U}, j\omega) = \hat{Y} \cdot \hat{U}$$

$$\boxed{X_i = s - Z_i}$$

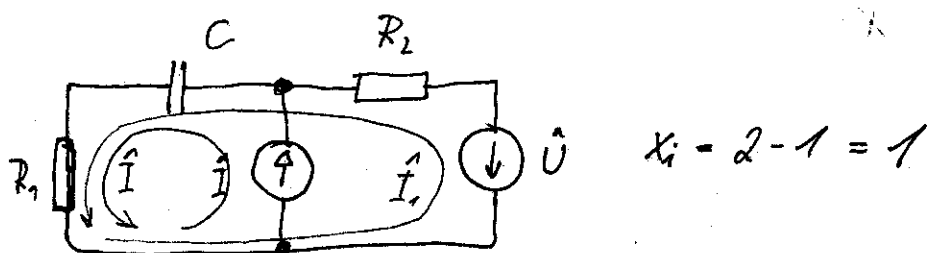
p. neznám smyčkových proudů

$$\hat{I}_1: R_1(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) + R_2(\hat{I}_1 + \hat{I}) - \hat{U} = 0$$

$$\hat{I}_2: j\omega L \cdot \hat{I}_2 + \frac{1}{j\omega C}(\hat{I}_2 + \hat{I}) + R_1(\hat{I}_2 - \hat{I}_1) = 0$$

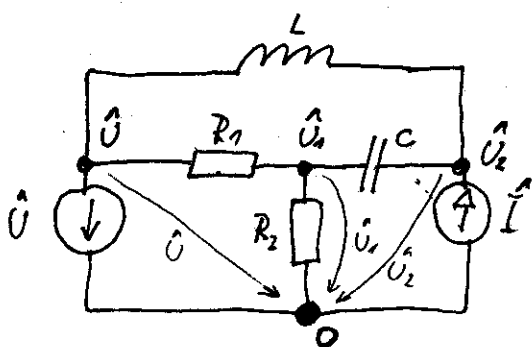
→ vyřešíme se $\hat{I}_1, \hat{I}_2$, a toho všechno ostatní

! nelze sestavovat KVL pro smyčku, kde zdroj $\hat{I}$
 - není nezávislý
 - nelze určit napětí na zdroji proudu



$$\hat{I}_1: -\hat{U} + R_2\hat{I}_1 + \frac{1}{j\omega C}(\hat{I}_1 + \hat{I}) + R_1(\hat{I}_1 + \hat{I}) = 0$$

B) Metoda uzlových napětí



$$X_u = d - Z_u$$

p. zdrojů U

volat referenční uzel
 - kam připojeno nejvíce
 zdrojů napětí

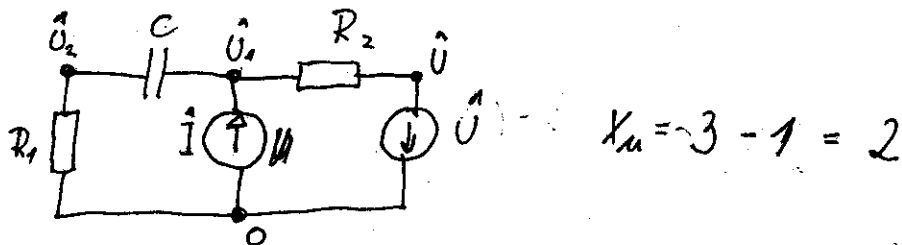
$$X_u = 3 - 1 = 2$$

předpokládáme, že všechny proudy $\hat{I}$ uzel vyšehají

$$\hat{U}_1: \frac{\hat{U}_2 - \hat{U}}{R_1} + \frac{\hat{U}_1}{R_2} + (\hat{U}_1 - \hat{U}_2) \cdot j\omega C = 0$$

$$\hat{U}_2: \frac{\hat{U}_2 - \hat{U}}{j\omega L} + (\hat{U}_2 - \hat{U}_1) j\omega C - \hat{I} = 0$$

opět se vyhybáme ukeš $\hat{U}$
sdílné nezmýšl

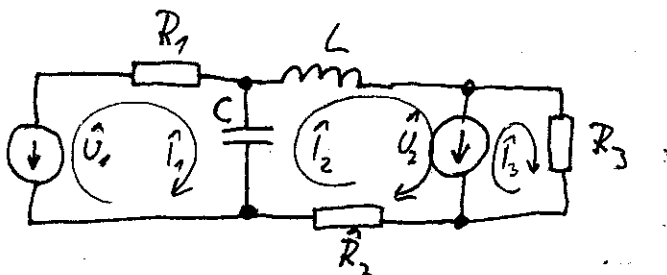


$$X_n = 3 - 1 = 2$$

$$\hat{U}_1: \frac{\hat{U}_2 - \hat{U}}{R_2} + (\hat{U}_1 - \hat{U}_2) j\omega C - \hat{I} = 0$$

$$\hat{U}_2: (\hat{U}_2 - \hat{U}_1) j\omega C + \frac{\hat{U}_2}{R_1} = 0$$

P4



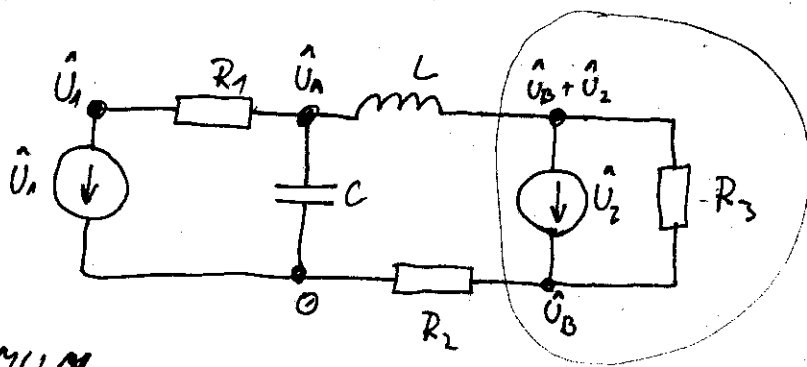
MSP:

$$X_i = 3 - 0 = 3$$

$$\hat{I}_1: -\hat{U}_1 + R_1 \hat{I}_1 + \frac{1}{j\omega C} (\hat{I}_1 - \hat{I}_2) = 0$$

$$\hat{I}_2: j\omega L \cdot \hat{I}_2 + \hat{U}_2 + R_2 \hat{I}_2 + \frac{1}{j\omega C} (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) = 0$$

$$\hat{I}_3: -\hat{U}_2 + R_3 \hat{I}_3 = 0$$



uvolněný zdroj
do řešení

MUN

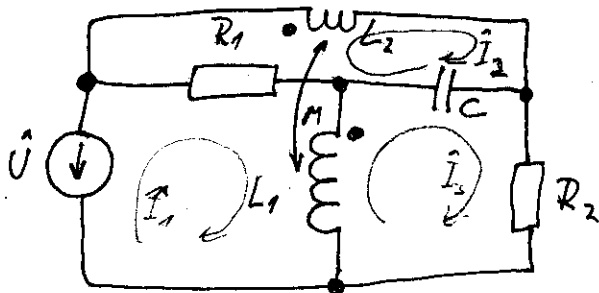
$$X_A = 4 - 2 = 2$$

nádrhel: „plovoucí“ zdroj napětí - zdroj, který nemá
nic společného s referenčním uzlem

$$\hat{U}_A: \frac{(\hat{U}_A - \hat{U}_2)}{R_1} + \hat{U}_A j\omega C + \frac{\hat{U}_A - (\hat{U}_B + \hat{U}_2)}{j\omega L} = 0$$

$$\hat{U}_B: \frac{(\hat{U}_B + \hat{U}_2) - \hat{U}_A}{j\omega L} + \frac{\hat{U}_B}{R_2} = 0$$

Problém „vázaných induktorů“

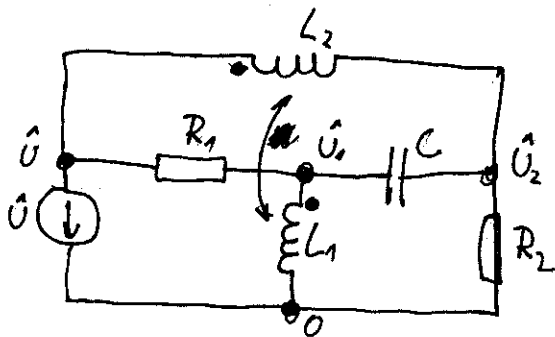


MSP: $X_A = 3 - 0 = 3$

$$\hat{I}_1: R_1(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) + \underbrace{j\omega L_1(\hat{I}_1 - \hat{I}_3)}_{\text{na } L_1} + j\omega M \hat{I}_2 - \hat{U} = 0$$

$$\hat{I}_2: \underbrace{j\omega L_2 \hat{I}_2 + j\omega M(\hat{I}_1 - \hat{I}_3)}_{\text{na } L_2} + \frac{1}{j\omega C}(\hat{I}_2 - \hat{I}_3) + R_2(\hat{I}_2 - \hat{I}_3) = 0$$

$$\hat{I}_3: R_2 \hat{I}_3 + \underbrace{j\omega L_1(\hat{I}_3 - \hat{I}_1) - j\omega M \hat{I}_2}_{\text{na } L_1} + \frac{1}{j\omega C}(\hat{I}_3 - \hat{I}_2) = 0$$



MUN: $X_n = 3 - 1 = 2$

$$\hat{U}_1: \frac{\hat{U}_1 - \hat{U}}{R_1} + \underbrace{\frac{\Gamma_1}{j\omega} \cdot \hat{U}_1 + \frac{\Gamma_4}{j\omega} (\hat{U}_1 - \hat{U}_2)}_{L_1} + (\hat{U}_1 - \hat{U}_2) j\omega C = 0$$

$$\hat{U}_2: \frac{\hat{U}_2}{R_2} + (\hat{U}_2 - \hat{U}_1) j\omega C + \underbrace{\frac{\Gamma_2}{j\omega} (\hat{U}_2 - \hat{U}) - \frac{\Gamma_3}{j\omega} \hat{U}_1}_{L_2} = 0$$

Zkouška: hlavní umět rovnice sestavit

občas řešit něco - 2 rov / 2 neznámých
umět vypočítat

racítek 7:30 obvykle

přemhou - 4 příklady / 10 minut

téma 1* odporový (Thév, Nod, transform, deliv...)

2* obvod jednofáz v H.V.S.
obecně + číselně + fázorově

3* 3fáz obvod v H.V.S.
obecně + číselně; někdy fázorově
(ne všechno)

4* obvodové rovnice
sestavil, někdy počítal

celkem 60 bodů, přičte se semestr = známka